

---

# Informacijos apdorojimo kompiuterizuotoje energijos apskaitos ir monitoringo sistemoje universalus matematinis modelis

---

**Piotras Bachanovas**

*Lietuvos energetikos institutas,  
Sistemų valdymo ir automatizavimo  
laboratorija,  
Breslaujos g. 3,  
LT-3035 Kaunas*

Straipsnyje išanalizuotos kompiuterizuotos energijos apskaitos ir monitoringo sistemos, kaip vienos reikalingiausių techninių priemonių, siekiant efektyviai vartoti energiją. Išanalizuotas sistemų matematinis aprūpinimas, reikalingas patikimam šių sistemų funkcionavimui bei pateikiantis tikslią informaciją apie objekto energijos suvartojimą bei galimybės ją taupyti. Aptariami procesai, vykstantys sistemoje eksploatacijos metu, bei nurodomi svarbiausi principai, padedantys sukurti efektyvią apskaitos sistemą. Pasiūlytas matematinis modelis, užtikrinantis optimalų informacijos apdorojimą tokio tipo sistemose.

**Raktažodžiai:** kompiuterizuota energijos apskaitos ir monitoringo sistema, energijos vartojimo efektyvumas, optimalus informacijos apdorojimas

---

## 1. ĮVADAS

Bet kuri kompiuterizuota energijos apskaitos ir monitoringo sistema (toliau KEAMS) eksploatacijos metu susiduria su didžiuliais informacijos apie vandens, dujų, elektros suvartojimą srautais. Eksploatacijos metu į sistemą patenkanti informacija dėl objektyvių priežasčių gali būti dvejopa (naudinga arba klaidinanti), be to, iš karto nežinoma, kurio tipo gauta informacija. Klaidinga informacija atsiranda dėl įvairių nukrypimų nuo normalių darbo sąlygų, įvairių triukšmų ir kitų priežasčių. Tuo būdu į sistemą ateinanti informacija yra naudingos ir klaidinančios informacijos mišinys.

KEAMS aptarnaujančių įrenginių galimybių apribojimai gali sąlygoti naudingos informacijos praradimą, esant dideliame triukšmų lygiui. Atlikti tyrimai parodė, kad informacijos į sistemą patenka daugiau negu reikia, dėl to sistemos informacijos priėmimo įrenginiai dažniausiai būna perkrauti. Atskiriems sistemos elementams pasidaro sunkiau apdoroti informaciją realiame laike, o tai sudaro galimybę prarasti naudingą informaciją.

Didelio sistemos apkrovimo praktikoje sudėtingai problemai išspręsti reikia imtis atitinkamų veiksmų. Projektuojant sistemas tikslinga nustatyti informacijos rūšiavimo pagal tam tikrus kriterijus galimybę. Informaciją rūšiuoti gali filtras, kuris KEAMS įėjime praleistų tik nustatytus parametrus atitinkan-

čią informaciją. Visi informacijos apribojimai turi būti nustatomi projektuojant sistemą. Jau filtro išfiltruota informacija per paskirstymo įrenginį perduodama tolesniam apdorojimui į operatyvinę atmintį. Filtravimus pagal nustatytus kriterijus leidžia sumažinti sistemos įrengimų apkrovimą, šitaip padidinti apdorojamos informacijos efektyvumą, nustatant vartotoją dominančias reikalingas parametrų priklausomybės charakteristikas.

Todėl praktikoje yra labai svarbu nustatyti sistemos užimtumo tikimybes nuo skirtingų parametrų, tokių kaip: srauto intensyvumas, mikroprocesorių skaičius, informacijos apdorojimo operatyvinėje atmintyje greičio ir kt. Kuriant optimalų sistemos matematinį modelį įvertinama, kad duomenų apdorojimas turi būti valdomas bei siekiama, kad laikas prioritetiniams srautams apdoroti būtų kuo trumpesnis.

Šio straipsnio tikslai:

- išaiškinti priežastis, dėl kurių gali būti prarasta naudinga informacija sistemoje;
- kokių veiksmų reikia imtis norint optimaliai valdyti sistemą;
- kaip užtikrinti optimalų informacijos srautų apdorojimą.

Straipsnyje išanalizuoti procesai, vykstantys KEAMS, atlikta cirkuliuojančių informacinių srautų analizė ir pasiūlytas modelis, užtikrinantis universalų informacijos apdorojimą.

## 2. SISTEMOS SCHEMA SU BENDRA ATMINTIMI

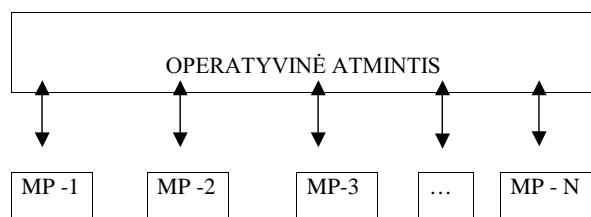
Nagrinėjimui buvo pasirinkta sudėtinga KEAMS struktūra su bendra operatyvine atmintimi (toliau – OA). Šiuo metu tokios sistemos gali būti naudojamos stambiuose, daug energijos suvartojančiuose objektuose.

Kaip minėta, KEAMS eksploatacijos metu susiduria su informaciniais srautais, kurie yra stochastinio pobūdžio, t. y. skirtingu intensyvumu pakliūva į sistemą. Esant tokiam netolygiam intensyvumui sistemos darbui įvertinti turi būti naudojami Markovo procesai – tiksliausias ir tinkamiausias matematinis aparatas, atspindintis realius procesus, vykstančius sistemų viduje, bei užtikrinantis objektyviausią darbo analizę.

Nagrinėjant šios sistemos funkcionavimą daugelis autorių [1–3] srautų nešamos informacijos apdorojimą sistemoje aprašo individualiai kiekvienam objektui, kuriame siekiamas energijos vartojimo efektyvumas, priklausomai nuo jo specifikos. Deja, tokiais atvejais informacijos apdorojimas ne visada būna efektyvus, nes praktikoje sunku įvertinti visus nenumatytus veiksnius, lemiančius nuokrypius nuo skaičiuojamų darbo režimų.

Autorius pabandė sukurti sistemos modelį, kuris būtų tinkamas visiems daug energijos vartojantiems objektams, kuriuose siekiama padidinti energijos vartojimo efektyvumą. Vienas sudėtingiausių uždavinių, kuriant tokių sistemų modelius, yra racionalaus informacinių srautų apdorojimo užtikrinimas. Optimalus informacinių srautų apdorojimas, išvengiant svarbiausios informacijos praradimo, pasiekiamas nustatant prioritetinius informacinius srautus, pateikiančius svarbiausią informaciją. Prioritetinių informacinių srautų nustatymas atliekamas KEAMS projektavimo metu ir priklauso nuo objekto specifikos bei vartotoją dominančių parametrų. Šie srautai turi būti nedelsiant apdoroti ir, esant nukrypimams nuo normalių darbo sąlygų, operatorius, pagal gautą informaciją, priima koreguojančius sprendimus.

Autorius nagrinėjimui pasirinko KEAMS su bendra OA. Tokios sistemos informacinių srautų cirkuliavimo schema pavaizduota paveiksle (čia MP pažymėti mikroprocesoriai). Mikroprocesoriai, esantys da-



Pav. KEAMS informacijos cirkuliavimo schema

vikliuose, siunčia į OA gautą iš objekto informaciją apdorojimui. Realybėje naudojami davikliai su mikroprocesoriais, matuojantys reikalingus parametrus (vandenį, dujų suvartojimą bei elektrą). Elektros suvartojimui nustatyti naudojami skaitikliai su mikroprocesoriais, kurie vėliau perduoda informaciją į pagrindinio kompiuterio OA. Lietuvos energetikos institute sukurtoje sistemoje LEMA elektros suvartojimui nustatyti naudojami bendros Lietuvos, Vokietijos įmonės „Elgama“ daugiatarfiniai skaitikliai su mikroprocesoriais. Šie davikliai bei skaitikliai išdėstomi iš anksto numatytoje objekto vietoje. Daviklių skaičius ir jų išdėstymas priklauso nuo reikiamų matuoti parametrų skaičiaus ir objekto sudėtingumo. Dažniausiai davikliai būna išdėstyti šalia didelių energijos vartotojų, arba matuojantys visos patalpos (cecho) vandens, dujų ar elektros suvartojimą. Nustatytą laiką su turima informacija mikroprocesoriai kreipiasi į OA ir prašo apdoroti duomenis. Priklausomai nuo duomenų svarbumo yra nustatomas kreipimosi į OA prioritetas.

## 3. KEAMS BŪDINGŲ BŪVIŲ ANALIZĖ

Į sistemos priėmimo įrenginius skirtingu laiku ateina informaciniai srautai, kurie turi būti apdoroti. Ateinančių srautų intensyvumas yra skirtingas, tuo būdu pagrindinė problema yra kokybiškas informacijos aptarnavimas, t. y. informacijos užklausimų apdorojimas turi būti valdomas. Srautai sistemoje kokybiškai apdorojami tada, kai informacijos praradimo tikimybė dėl sistemos aptarnaujančių įrenginių užimtumo yra pakankamai maža. Šiam tikslui pasiekti turi būti įvertinta:

- ekonominiai rodikliai,
- naudojamos sistemos struktūra,
- srautų intensyvumas,
- laikas, reikalingas srautams apdoroti,
- informacijos svarba.

Autorius modeliavimui pasirinko sistemą, kuriai būdingi du tipai informacinių srautų su parametrais  $\lambda_1$  ir  $\lambda_2$ ; čia  $\lambda_i$  – informacinių srautų patekimo į sistemos OA intensyvumas.

Tarkime, kad šio srauto pasiskirstymo dėsnis yra eksponentinis. Tegul nagrinėjama sistema turi atitinkamą ribotą tarpinę atmintį  $r$ . Darome prielaidą, kad ši atmintis priklauso intervalui  $(0 < r < \infty)$ .

Informacija operatyvinėje atmintyje apdorojama, esant intensyvumui  $\mu$ . Tada informacija iš pirmos srautų grupės bus apdorota esant intensyvumui  $\mu_1$ , o iš antros srautų grupės –  $\mu_2$ .

Šios sistemos struktūrą nagrinėsime, remdamiesi stochastiniais procesais. Tegul nagrinėjamas toks sistemos būvis, kai laiko momentu  $t$  pirmas informacijos srautas, laukiantis apdorojimo, yra  $i1$  iš pirmos srautų grupės, o iš antros srautų grupės –  $i2$ , be to,

tuo pačiu metu operatyvinėje atmintyje yra apdorojama informacija iš  $k$  srauto [1, 4]. Deja, iš karto nežinoma, kurio srauto informacija yra apdorojama, nes  $k = 1$  arba  $k = 2$ :

$$\omega_{j_1, j_2}^{i_1, i_2}(k, t); ((j_1 = 0, 1, \dots, l_1), (j_2 = 0, 1, \dots, l_2), k = 1, 2); \quad (1)$$

ir  $0 < i_1 + i_2 < r$ ;

$\omega$  – sistemos būseną, kai aptarnaujama informacija iš  $k$  srauto.

Pabandydysime nustatyti šios būsenos tikimybę, naudodamiesi (2) formule.

$$P_{j_1, j_2}^{i_1, i_2}(k, t) = P \left[ \gamma_1(t) = i_1; \gamma_2(t) = i_2; \nu_1 = j_1; \nu_2 = j_2; k = 1, 2 \right]. \quad (2)$$

Kai kurie autoriai [5–7] siūlo analizuoti būdingą sistemos būvį –  $\omega_{j_1, j_2}(0, t + dt)$  ir stebėti, kaip kinta tikimybė per nykstamai mažą laiką  $dt$ , kai sistema yra  $\omega$  būvio;

čia  $dt$  – laikas, artimas nuliui.

Nagrinėsime būdingus sistemos būvius. Tikimybės visiems šiems atvejams gali būti įvertintos šitaip:

1. Sistema yra  $\omega_{j_1, j_2}(0, t + dt)$  būvio ir per laiką  $dt$  neatėjo informacijos, reikalingos apdoroti

$$(1 - \lambda dt) P_{j_1, j_2}(0, t) + 0(dt); \quad (3)$$

2. Sistema yra  $\omega_{j_1, j_2}(0, t + dt)$  būvio ir per laiką  $dt$  neatėjo informacijos, reikalingos apdoroti, apdorota pirmo tipo informacija

$$\mu_1 P_{j_1, j_2}(1, t) dt + 0(dt); \quad (4)$$

3. Sistema yra  $\omega_{j_1, j_2}(0, t + dt)$  būvio ir per laiką  $dt$  neatėjo informacijos, reikalingos apdoroti, apdorota antro tipo informacija

$$\mu_2 P_{j_1, j_2}(2, t) dt + 0(dt); \quad (5)$$

4. Sistema yra  $U(x)$  būvio, per laiką  $dt$  praėjo pirmo tipo srautų informacija, tada:

$$U(x) = [1, \text{kai } X > 0, \text{ ir } 0, \text{kai } X \leq 0]; \quad (6)$$

5. Sistema yra  $\omega_{j_1, j_2}(0, t + dt)$  būvio ir per laiką  $dt$  atėjo antro tipo srautų informacija, reikalaujanti apdorojimo

$$\lambda_2 P_{j_1, j_2}(0, t) U(j_2) dt + 0(dt). \quad (7)$$

#### 4. BŪVIO TIKIMYBĖS NUSTATYMAS

Išanalizavus penkis galimus sistemos būvius, nustatoma tikimybė, kad nagrinėjama sistema laiko mo-

mentu  $(t + dt)$  yra  $\omega_{j_1, j_2}(0, t + dt)$  būvio. Šiai tikimybei nustatyti gali būti pavartota (8) priklausomybė:

$$P_{j_1, j_2}(0, t + dt) = (1 - \lambda dt) P_{j_1, j_2}(0, t) + \lambda_1 P_{j_1, j_2}(0, t) U(j_1) dt + \lambda_2 P_{j_1, j_2}(0, t) U(j_2) dt + 0(dt) + \mu_1 P_{j_1, j_2}(1, t) dt + \mu_2 P_{j_1, j_2}(2, t) dt + 0(dt). \quad (8)$$

Tokią (8) formulę vartoti nepatogu, dėl to ją pertvarkysime, diferencijuodami pagal  $dt$ . Po pertvarkymo gauname (9) priklausomybę:

$$dP_{j_1, j_2}(0, t) / dt = -\lambda P_{j_1, j_2}(0, t) + \mu_1 P_{j_1, j_2}(1, t) + \mu_2 P_{j_1, j_2}(2, t) + \lambda_1 P_{j_1, j_2}(0, t) U(j_1) + \lambda_2 P_{j_1, j_2}(0, t) U(j_2),$$

esant  $j_1 = (0, l_1 - 1)$  ir  $j_2 = (0, l_2 - 1)$ . (9)

Dabar panagrinėsime kitą atvejį.

Tariame, kad  $k = 1$  (pirmos srautų grupės informacija).

Sistemos būvis:  $\omega_{j_1, j_2}(k, t + dt)$ .

Nagrinėsime būdingus penkis galimus sistemos būvius ir tikimybes, kad sistema pereis iš vieno būvio į kitą per trumpą laiką  $dt$ .

1) sistemos būvis  $\omega_{j_1, j_2}(1, t)$ , per laiką  $dt$  sistema apdoroja pradėtą informaciją ir nėra kitų užklausių, tada:

$$[1 - (\mu_1 - \lambda U(r - i_1 - i_2) dt)] P_{j_1, j_2}(1, t) + 0(dt); \quad (10)$$

2) sistemos būvis  $\omega_{j_1, j_2}(1, t)$ , per laiką  $dt$  sistema apdoroja pradėtą informaciją ir tada ateina pirmo tipo srautų užklauskas:

$$\lambda_1 P_{j_1 - 1, j_2}(1, t) U(j_1) dt + 0(dt); \quad (11)$$

3) sistemos būvis  $\omega_{j_1, j_2}(1, t)$ , per laiką  $dt$  sistema apdoroja pradėtą informaciją ir tada ateina antro tipo srautų užklauskas:

$$\lambda_2 P_{j_1, j_2 - 1}(1, t) U(j_2) dt + 0(dt); \quad (12)$$

4) sistemos būvis  $\omega_{j_1, j_2}(1, t)$ , per laiką  $dt$  apdoroti pirmo tipo srautai, paimitas apdoroti užklauskas iš pirmo tipo srautų:

$$\mu_1 \delta_{j_1, j_2} P_{j_1, j_2}(1, t) U(r - i_1 - i_2) dt + 0(dt); \quad (13)$$

5) sistemos būvis  $\omega_{j_1, j_2}(1, t)$ , per laiką  $dt$  apdoroti antro tipo srautai, paimitas apdoroti užklauskas iš pirmo tipo srautų:

$$\mu_2 \delta_{j_1, j_2} P_{j_1, j_2}(2, t) U(r - i_1 - i_2) dt + 0(dt). \quad (14)$$

Įvertinus tai, kad mūsų nagrinėjamas sistemos būvis yra  $\omega_{j_1, j_2}(k, t + dt)$ , ir atlikus matematinius pertvarkymus, gaunama (15) formulė:

$$\begin{aligned} dP_{j_1, j_2}(1, t) / dt = & -(\mu_1 + \lambda U(r-i_1- i_2) P_{j_1, j_2}(1, t) + \\ & \lambda_1 P_{j_1-1, j_2}(1, t) U(j_1) + \lambda_2 P_{j_1, j_2-1}(1, t) U(j_2) + \mu_1 \delta_{j_1, j_2} \times \\ & \times P_{j_1, j_2}(1, t) U(r-i_1- i_2) + \mu_2 \delta_{j_1, j_2} P_{j_1, j_2}(2, t) \\ & U(r-i_1- i_2) + \lambda_1 P_{j_1-1, j_2}(1, t) U(j_1) + \lambda_2 P_{j_1, j_2-1}(1, t) \\ & U(j_2); \end{aligned} \quad (15)$$

čia  $j_1 = (0, l_1-1); j_2 = (0, l_2-1); 0 < i_1 + i_2 < r; k = 1$ .

Jeigu aptarnaujami antro tipo srautų užklausimai, tai  $k = 2$  ir vietoje (15) formulės vartojama (16) formulė:

$$\begin{aligned} dP_{j_1, j_2}(2, t) / dt = & -(\mu_2 + \lambda U(r-i_1- i_2) P_{j_1, j_2}(2, t) + \\ & + \lambda_1 P_{j_1-1, j_2}(2, t) U(j_1) + \lambda_2 P_{j_1, j_2-1}(2, t) U(j_2) + \mu_1 \delta_{j_1, j_2} \times \\ & \times P_{j_1, j_2}(2, t) U(r-i_1- i_2) + \mu_2 \delta_{j_1, j_2} P_{j_1, j_2}(2, t) U(r-i_1- i_2) + \\ & + \lambda_1 P_{j_1-1, j_2}(2, t) U(j_1) + \lambda_2 P_{j_1, j_2-1}(2, t) U(j_2). \end{aligned} \quad (16)$$

Analizuojant šias formules darosi akivaizdu, kad informacijos apdorojimo uždelsimai sistemoje, arba galimas dalinis informacijos praradimas, priklauso nuo to, kokia tikimybė, kad sistema tuo metu yra vienokio ar kitokio būvio.

## 5. SISTEMOS INFORMACIJOS PRARADIMO TIKIMYBĖS ĮVERTINIMAS

Pabandysime įvertinti nuostolius dėl sistemos prastovos arba dėl didelio apkrovimo, kai gali būti prasta dalis naudingos informacijos. Tarkime, kad  $\alpha(i_1, i_2)$  – nuostolių kaina dėl sistemos užimtumo, o  $\alpha_0$  – nuostoliai dėl sistemos prastovos. Nuostoliams įvertinti pavartosime (17) formulę [8]:

$$\begin{aligned} \alpha = & \sum_{0 \leq i_1 + i_2 \leq r} \alpha(i_1, i_2) \sum_{s=1}^2 \sum_{j_1=0}^{l_1-1} \sum_{j_2=0}^{l_2-1} P_{j_1, j_2}^{i_1, i_2}(s) + \\ & + \alpha_0 \sum_{j_1=0}^{l_1-1} \sum_{j_2=0}^{l_2-1} P_{j_1, j_2}^{0,0}(0). \end{aligned} \quad (17)$$

Kadangi yra daug nežinomųjų, tai jiems sumažinti įtrauksime papildomus žymėjimus:

$$\delta_{j_1, j_2}^{i_1, i_2} \sum_{k=1}^2 \mu_k P_{j_1, j_2}^{i_1, i_2}(k) = s P_{j_1, j_2}^{i_1, i_2} U(i_s). \quad (18)$$

Sudėję visus  $S$ , kai  $S = 1$  arba  $S = 2$ , ir žinodami, kad:

$$\sum_{s=1}^2 \delta_{j_1, j_2}^{i_1, i_2} = 1, \quad (19)$$

gauname lygčių sistemą:

$$\sum_{s=1}^2 P_{j_1, j_2}^{i_1, i_2} U(i_s) - \sum_{k=1}^2 \mu_k P_{j_1, j_2}^{i_1, i_2}(k) = 0, \quad (20)$$

esant šioms sąlygoms:  $j_1 = 0, l_1-1; j_2 = 0, l_2-1$  ir  $0 < i_1 + i_2 < r$ .

Panaudotas matematinis aprašymas ir pasiūlytas algoritmas leidžia nustatyti optimalų informacijos apdorojimą kompiuterizuotose energijos apskaitos ir monitoringo sistemose. Esant konkrečioms parametrams galima nustatyti tikimybių priklausomybes nuo atskirų parametrų.

## 6. SISTEMOS STRUKTŪRA SU SKIRTINGŲ MIKROPROCESORIŲ SKAIČIUMI

Nagrinėsime KEAMS su  $N$  mikroprocesoriais, kurie jungiami į vieną bloką su sistemos operatyvine atmintimi. Kiekvienas iš šių mikroprocesorių skirtingais laiko momentais kreipiasi į atmintį, kurioje susikaučia apdorotina informacija. Operatyvinėje atmintyje užklausimai aptarnaujami eilės tvarka, jeigu nėra iš anksto nurodyta užklausimų apdorojimo prioritetų. Kadangi OA vienu metu susijusi tik su vienu mikroprocesoriumi, kiti laukia eilės. Iš esmės tai sudaro konfliktines situacijas, nes sumažėja pačių skaičiavimo struktūrų naudingumas dėl mikroprocesorių prastovos. Taigi sistemos naudingasis darbas gali būti apskaičiuotas pagal (21) formulę:

$$V = (N/T_0) \times (1-N_0/N); \quad (21)$$

čia  $T_0$  – vienos komandos atlikimo laikas mikroprocesoriuje;

$N$  – vidutinė eilė operatyvinėje atmintyje skaičiuojant atliekamą užduotį;

$N_0$  – vidutinė eilė operatyvinėje atmintyje neskaičiuojant atliekamos užduoties.

Kadangi  $N_0 = N - 1 - P_0$  (čia  $P_0$  – tikimybė, kad neaptarnaujama nei vienos užduoties), nagrinėjamos sistemos našumas turi būti skaičiuojamas pagal (22) formulę:

$$V = (N/T_0) \times (1-N_0/N + (1-P_0)/N). \quad (22)$$

Sudarant nagrinėjamos KEAMS matematinį modelį, remsimės prielaida, kad laikas, per kurį mikroprocesorius duoda užklausimą į OA, turi eksponentinį pasiskirstymą, esant parametrai  $\lambda > 0$ . Tas laikas skaičiuojamas nuo momento, kai mikroprocesorius gauna operatyvinės atminties atsakymą, jeigu kreipiasi į ją. Be to, laikas, per kurį užklausimas apdorojamas OA pasiskirsto pagal funkciją  $\sigma(x)$  (čia  $x > 0$ ).

Tėgul laiko momentų  $T_k$  OA yra  $k$  užduočių, tai reiškia, kad  $k$  – mikroprocesorių, laukiančių OA atsakymo į savo užklausimus, skaičius. Šios situacijos tikimybė yra  $P_k$  ( $0 < k < N$ ). Šią tikimybę galima nustatyti pagal (23) formulę:

$$P_k = \frac{N\pi_{k-1}}{k \left( \frac{N\lambda}{\mu} + \pi_k \right)}, \quad (23)$$

$k = 1, \dots, N$ ;  $\pi_k$  – tikimybė kad OA yra apdorojama pradėta užduotis.

Tada  $P_0$  tikimybei nustatytt vartosime (24) formulę:

$$P_0 = 1 - \sum_{k=1}^N P_k. \quad (24)$$

Duomenų apdoravimo intensyvumas OA nustatomas pagal (25) formulę:

$$\mu = \left( \int_0^{\infty} x d\sigma(x) \right)^{-1}. \quad (25)$$

Tuo būdu galima nustatyti ir  $\pi_k$ , t. y. tikimybę, kad OA pradėta apdoroti užduotis:

$$\pi_k = \sum_{j=k}^{N-1} (-1)^{j-k} c_j^k B_k; \quad (26)$$

čia  $B_k$  – binominalinis momentas ir gali būti apskaičiuotas pagal (27) formulę.

Esant  $k$  nuo 0 iki  $N-1$ ,

$$B_k = \sum_{i=k}^{N-1} c_i^k \pi_i. \quad (27)$$

Norint nustatyti binominalinius momentus, reikia turėti generuojančią funkciją  $\Pi(z)$ :

$$\Pi(z) = \sum_{k=0}^{N-1} \pi_k z^k = \sum_{k=0}^{N-1} B_k (z-1)^k. \quad (28)$$

Iš čia gauname (29) išraišką, kuria galima nustatyti  $B_k$ :

$$B_k = \frac{1}{k!} \times \frac{d^k \Pi(z)}{dz^k}. \quad (29)$$

Kitas žingsnis yra generuojančios funkcijos  $\Pi(z)$  nustatymas. Šiam tikslui pasiekti įtraukiame papildomus žymėjimus. Tegul  $tn$  – laikas, per kurį baigiama aptarnauti  $n$ -oji užduotis, o  $dn$  – skaičius mikroprocesorių, kurie kreipiasi į OA per  $n$ -osios užduoties aptarnavimo laiką.

Pažymėsim  $v(t)$  – skaičius mikroprocesorių, dirbančių laiko momentu  $t$ , o  $v_n = v(t_n - 0)$ . Šitaip gausime (30) išraišką:

$$\begin{aligned} v_n &= v_{n-1} + 1 - dn, \text{ esant } 0 < v_{n-1} < N-2, \text{ ir} \\ v_n &= v_{n-1} - dn, \text{ esant } v_{n-1} = dn. \end{aligned} \quad (30)$$

Nustatysime perėjimo iš vienos būklės į kitą tikimybę

$$P_{ij} = p [v_n = j, v_{n-1} = i];$$

tada mūsų nežinomą tikimybę  $P_{ij}$  galima nustatyti taip:

$P_{ij} = P [dn = i + 1 - j / v_{n-1} / v_{n-1} = i, \text{ esant sąlygoms: } 0 < i < N-2 \text{ ir } 0 < j < i + 1;$

$P_{ij} = P [dn = N - 1 - j / v_{n-1} = 1, \text{ esant sąlygoms: } 0 < j < N-1 \text{ ir } i = N-1;$

$P_{ij}$  – tikimybė, kad baigiant apdoroti  $n$  užduotį dirbo  $j$  mikroprocesorių, o baigiant apdoroti  $(n-1)$  užduotį dirbo  $i$  mikroprocesorių. Pagal visiškos tikimybės (31) formulę nustatome  $P$ :

$$\begin{aligned} P [dn=k / v_{n-1}=i] &= \int_0^{\infty} P [dn=k / v_{n-1}=i, dn=x] d\sigma(x) = \\ &= C_{i+1}^k \int_0^{\infty} \left( 1 - e^{-\lambda x} \right)^k e^{-(i+1-k)\lambda x} d\sigma(x). \end{aligned} \quad (31)$$

(31) formulė galioja, esant sąlygoms:  $0 < i < N-2$  ir  $0 < k < i + 1$ .

Naudodami gautas išraiškas nustatome tikimybes:

$$P_{ij} = C_{i+1}^j \int_0^{\infty} \left( 1 - e^{-\lambda x} \right)^{i+1-j} e^{-j\lambda x} d\sigma(x),$$

esant  $0 < i < N-2$  ir  $0 < j < i + 1$ ; (32)

$$\begin{aligned} P_{n-1j} &= P_{n-2j}, \\ \text{esant } 0 < j < i + 1; \end{aligned} \quad (33)$$

$$P_{ij} = 0, \text{ esant } j > i + 1.$$

Dabar galima nustatyti funkciją  $\Pi(z)$ :

$$\begin{aligned} \Pi(z) &= \sum_{k=0}^{N-1} \pi_k z^k = \int_0^{\infty} \left( 1 - e^{-\lambda x} + ze^{-\lambda x} \right) \Pi \left( 1 - e^{-\lambda x} + \right. \\ &\left. + ze^{-\lambda x} \right) d\sigma(x) + (1-z) \pi_{N-1} \int_0^{\infty} e^{-\lambda x} \left( 1 - e^{-\lambda x} + ze^{-\lambda x} \right)^{N-1} d\sigma(x). \end{aligned} \quad (34)$$

Turėdami generuojančią funkciją galime nustatyti šiuos parametrus:

$$\Pi(z) = \sum_{k=0}^{N-1} \pi_k z^k = \int_0^{\infty} (1 - e^{-\lambda x} + ze^{-\lambda x}) \Pi(1 - e^{-\lambda x} + ze^{-\lambda x}) d\sigma(x) + (1-z) \pi_{N-1} \int_0^{\infty} e^{-\lambda x} (1 - e^{-\lambda x} + ze^{-\lambda x})^{N-1} d\sigma(x). \quad (35)$$

• Vidutinis skaičius mikroprocesorių, laukiančių aptarnavimo, apskaičiuojamas taip:

$$l_{vid} = N - \frac{\lambda + \mu}{\lambda} (1 - P_0). \quad (36)$$

Tikimybę, kad operatyvinėje atmintyje yra  $k$  užduočių, apskaičiuosime pagal (37) formulę:

$$P_k = \frac{N!}{(N-k)!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^k P_0. \quad (37)$$

Turint tikimybių matematinės priklausomybes nuo atskirų parametrų galima sudaryti priklausomybių diagramas, o tai padės įvertinti realias KEAMS darbo sąlygas.

## 7. IŠVADOS

1. Informacijos apdorojimo uždelsimai sistemoje, arba dalinis informacijos praradimas, priklauso nuo sistemos būklės, t. y. kokia tikimybė, kad sistema tuo metu yra vienokios ar kitokios būklės. Pavartojus (21) formulę, atsiranda galimybė įvertinti nuostolius dėl nenaudingos sistemos prastovos.

2. Matematinio programavimo ir stochastinių procesų panaudojimas leidžia pasirinkti universalų tokių sistemų valdymą nustatant prioritetinius informacinius srautus ir jų apdorojimo tvarką. Informacijos apdorojimo tvarka ir prioritetiniai srautai nustatomi priklausomai nuo objekto specifikos kiekvienu atveju atskirai ir priklauso nuo vartotojų dominančių charakteristikų priklausomybės nuo atskirų parametrų.

3. Panaudojus pateiktą sistemos matematinės analizės algoritmą, esant nustatytiems konkreitiems parametrams, galima nustatyti optimalų informacijos apdorojimą mikroprocesorinėje struktūroje kuo mažiau prarandant informacijos bei labiau sumažinant sistemos prastovą.

4. Panaudojus analitinį modeliavimą, gautos įvairių parametrų charakteristikos, įgalinančios nustatyti: tikimybes, kad operatyvinėje atmintyje nėra užduočių; vidutinį skaičių mikroprocesorių, laukiančių

informacijos apdorojimo; tikimybę, kad operatyvinėje atmintyje yra užklausių; matematiškai pagrįstai pasirinkti sistemos struktūrą.

Gauta  
2002 10 22

## Literatūra

1. Лауринавичюс А., Белинскис Ф. Моделирование микропроцессорных структур для исследования теплофизических процессов // Труды АН Лит. ССР. Сер. Б. 1988. Т. 3. С. 124–131.
2. Ширяев А. Н. Управляемые случайные процессы с конечными пространствами состояний и управлений // Труды Матем. ин-та АН СССР. 1984. №. 71. С. 58–71.
3. Aschroft H. The productivity of several machines under the care of one operator // Hungary Acad. Sci. 1987. Vol. 12. P. 145–151.
4. Банис Р., Лауринавичюс А. Исследование функционирования многомикропроцессорных структур при конфликтах в общей памяти // ИФТПЭ АН Лит. ССР. Каунас, 1990. С. 17.
5. Рыбаков В. Стандартные магистрали для мультипроцессорных систем // Зарубежная радиоэлектроника 1996. № 4. С. 2–23.
6. Штрих А. Приближенный расчет потерь производительности и определение загрузки микропроцессорных комплексов при конфликтах в секционированной общей памяти // Управляющие системы и машины. Москва, 1979. С. 29–34.
7. Белинскис Ф., Драгунявичюс А. Исследование эффективности функционирования системы потребителей – регуляторов в энергосистеме с АЭС и ГАЭС и разработка микропроцессорных устройств для управления электротеплоаккумуляторами и теплоэнергетическими процессами. Каунас, 1990.
8. Furg K., Torng B. On the analysis of memory conflicts and bus contentions in a multiple – microprocessor system // IEEE transaction on Computers. 1989. Vol. C-27. N 1. P. 28–37.

Piotras Bachanovas

## OPTIMAL MATHEMATICAL MODEL FOR INFORMATION TREATMENT IN COMPUTER SYSTEMS OF MONITORING AND ENERGY ACCOUNTING

S u m m a r y

Computer systems of monitoring and energy accounting as one of the major means for an effective utilization of energy are analyzed. The software providing a reliable functioning of systems and the information on the amount of energy consumed by the object and opportunities to save are analyzed. The analysis of processes occurring in a system during operation and the major principles allowing to create an effective system of energy accounting are presented. A mathematical model useful in optimal treatment of infor-

mation in computer systems of monitoring and energy accounting have been suggested.

**Key words:** computer systems of monitoring and accounting of energy, increase energy efficiency, optimum treatment of information

**Пётрас Бахановас**

**ОПТИМАЛЬНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ  
МОДЕЛЬ ДЛЯ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ В  
КОМПЬЮТЕРНЫХ СИСТЕМАХ УЧЕТА  
ЭНЕРГИИ И МОНИТОРИНГА**

**Резюме**

В статье анализируются компьютерные системы мониторинга и учета энергии, как одно из важней-

ших технических средств для эффективного использования энергии. Проанализировано математическое обеспечение, необходимое для надежного функционирования систем, а также представляющее информацию о количестве потребляемой объектом энергии и возможности ее экономии. Проведен анализ процессов, происходящих в системе во время эксплуатации, и указаны главные принципы, позволяющие создать эффективную систему учета энергии. Предложена математическая модель, которая позволяет добиться оптимальной обработки информации в таких системах.

**Ключевые слова:** компьютерные системы мониторинга и учета энергии, повышение энергоэффективности, оптимальная обработка информации