

Maksimaliø Nemuno potvyniø prognozë

Jurgita Simaitytë-Volskienë

Lietuvos energetikos institutas,
Branduolinio árenginiø saugos
laboratorija, Breslaujos g. 3,
LT-44403 Kaunas

Vytauto Didžiojo universitetas,
Matematikos ir statistikos katedra,
Vileikos g. 8, LT-44404 Kaunas,
el. paštas jurgita@mail.lei.lt

Analizuojant hidrotechniniø objektø rizikà vienas pagrindiniø uþdavinio yra maksimaliø potvyniø rizikos analizë. Ðiame darbe sudarytas realaus laiko potvynio prognozës modelis, kuris susideda ið trijø etapø: 1) statistinës potvyniø analizës, 2) potvynio hidrografo formos analitinës iðraiðkos sudarymo, 3) potvynio prognozës pritaikant Bajeso metodą. Ðio darbo tyrimø objektas yra Nemuno upës debitai, iðmatuoti Kauno HE uþtvankos aukðtupyje. Rezultatai parodë, kad Nemuno potvyniø hidrografo analitinë iðraiðkà geriausiai aproksimuota Beta skirstinio tankio funkcija, kuri naudojama potvynio prognozei skaièiuoti. Bajeso sudaryta procedûra leidþia tikslinti prognozë realiu laiku, kai kasdien iðmatuojami nauji potvynio debitai.

Raktaþodžiai: Nemuno potvyniø prognozë, maksimalus debitas, hidrografas, rizikos analizë, Bajeso metodas

1. ÁVADAS

Sprendiant hidrologinius uþdavinius, kurie iðkyla praktikoje projektuoant hidrotechninius statinius, vertinant statiniø rizikà, primant sprendimus, susijusius su upës debito valdymu ir pan., daþnai reikia ávertinti tiketinà maksimalø potvyná (PMF, probable maximal flood). Paprastai ðis maksimalus potvynis apskaiëiuojamas panaudojant statistinius duomenis bei numatant tam tikras ekstremalias kraðtines sàlygas (intensyvùs lietûs, sniego dangos storis ir pan.). Daþnai statistika yra nepakankama ir neatspindi katastrofiniø potvyniø, be to, neaiðku, kaip nustatyti blogiausia scenarijø, todël rezultatas turi gana didelá neapibrëþtumà, kuris paprastai nëra ávertinamas. Gerokai patikimesnis rezultatas gaunamas tikimybiniais modeliais: ekstremaliø reikðmiø dvimaëiais (ERD) modeliais bei maksimaliø reikðmiø, virðijanèiø kritiná lygá (MVL), modeliais. ERD modeliai paremti tik metiniø maksimaliø reikðmiø, pvz., maksimaliø metiniø debitø, analize. Jei modelyje naudojamos ir kitos potvynio charakteristikos – potvynio trukmë ar tûris, tai sudaromi dvimaëiai maksimaliø reikðmiø skirstiniai [1, 2]. MVL modeliai apima ne tik metinius maksimalius potvynius, bet ir visus potvynius, kurie virðija tam tikrà kritiná lygá. Ëia analizuojami tiek potvyniø maksimumai, tiek laiko intervalai tarp jø [3]. Ðiuo metodu gautus rezultatus galima naudoti norint statyti ar remontuoti hidrotechnikos objektus, kuriems didelæ grësmæ keltø dideli potvyniai. Modelio trûkumas – neávertinama potvyniø genezë – neatskiriami skirtinges prigimties (pavasario, rudens) potvyniai.

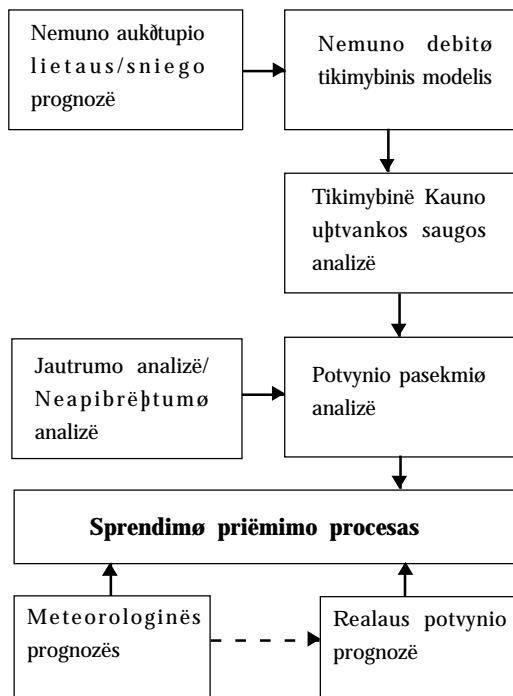
Pastaruoju metu tikimybiniams modeliams vis daþniau taikomi Bajeso teorijos modeliai. Šiuo atve-

ju Bajeso modelio pritaikymas gali bûti naudingas netik vertinant maksimalaus potvynio tikimybes bei rezultato neapibrëþtumus, bet ir prognozuojant potvynio debitus realiame laike, kai á sukurtà modelá ávedami nauji duomenys (gaunami jau vykstant potvyniui) ir pagal juos prognozavimo rezultatai atnaujinami bei patikslinama prognozë.

Ðiame darbe buvo sukurtas tikimybinis Nemuno potvyniø prognozavimo modelis, kuris vëliau galëtø bûti patobulintas iki apibendrinto, tinkanèio panaðioms upëms. Modelio rezultatai galëtø bûti naudojami hidrotechniniø objektø rizikos bei pralaupimo, potvynio sukelto pasekmiø analizei, nustatant potvynio uþtvindymo zonas, taip pat kuriant ávairius upiø hidrologinius modelius, kuriems reikalingi tam tikros tikimybës maksimaliø potvyniø ávesties duomenys.

2. TYRIMØ OBJEKTAS

Pagrindinis analizuojamas objektas yra Kauno HE uþtvanka ir 1920–1996 m. Nemuno kasdienai debitai (karø metø duomenys surinkti dalinai), iðmatuoti uþtvankos aukðtupyje. Tyrimø tikslas – Nemuno ekstremaliø potvyniø valdymo schemas sudarymas bei átaka Kauno uþtvankos ir hidroelektrinës stabilumui ir Kauño miesto saugumui. Ðiam tikslui ágyvendinti buvo sudaryta apibendrinta Nemuno potvyniø rizikos analizës schema, kuri pavaizduota 1 pav. Straipsnyje nagrinëjama viena ðios schemas dalis – Nemuno debitø statistinio realaus laiko prognozës modelio sudarymas. Vëliau darbo rezultatai bus naudojami plëtojant rezultato neapibrëþtumø analizë, Kauno uþtvankos tikimybës saugos ir potvynio pasekmiø analizë.



1 pav. Nemuno potvynio rizikos analizës schema

3. TYRIMØ METODIKA

Realaus laiko potvyniø modeliø yra gana daug. Daþnai matematiniai modeliai jungiami su realaus laiko monitoringo sistemomis, kai labai tiksliai galima prognozuoti potvynio charakteristikas bei jo pasekmes [4].

Đio darbo tikslas – sukurti supaprastintà realaus laiko prognozës modelá, kurá sudaro trys etapai: 1) statistinë potvyniø analizë, 2) potvynio hidrografo formos analitinës iðraiðkos sudarymas, 3) statistinë potvyniø prognozë pritaikant Bajeso metodà.

3.1. Statistinis prognozavimo modelis

Šio uþdavinio sprendimo pradinis þingsnis – individualaus potvynio prognozavimas, kai uþfiksuojama potvynio pradþia. Potvynio pradþiai fiksuouti pasirenka mas tam tikras bazinis lygis. Kai pavasario debitas yra didesnis, palyginus su nustatytu lygiu, fiksuojama potvynio pradþia ir iðmatuojamas pirmos dienos debitai. Turint pirmos dienos debità ir pasinaudojant praeities potvyniø charakteristikomis, prognozuojami kitø dienø potvynio debitai. Iðmatavus antros dienos debità, prognozë patikslinama. Tokia procedûra kartojama ið naujo, átraukiant á modelá kasdien po naujà potvyniø debità ir tikslinant potvynio trukmæ ir maksimumà.

Ið visø pavasariniø potvyniø debitø, esanèiø virð nustatyto lygio, sudaroma debitø matrica. Potvyniø debitø matricos elementai q_{ij} nustatomi ið sàlygos:

$$q_{ij} = \{X(t_{ik}) : j = k \in M_i\}; \quad (1)$$

éia $X(t_{ik})$ – iðojø metø vidutinis potvynio dienos debitai; k – metø dienos numeris; i – metø numeris; t_{ik} – potvynio diena; θ – Hevisaido funkcija; M_m – debitø aibë, kuri priklauso $M_m = \{k : \theta(X(t_{ik})) - v = 1\}$ m – metai, v – bazinis debitas, virš kurio fiksuojamas pavasario potvynis.

Prognozuojant realiu laiku prasidëjusá potvyná ir turint jo pirmos dienos vidutiná debità, galima já palyginti su visais praeities potvyniø pirmos dienos debitais. Radus jam artimiausià debità, daroma prielaida, kad tas potvynis gali būti panaðus á buvusá potvyná. Priimant ðia prielaidà, potvyniams suteikiamas tam tikras svorio koeficientas, nustatomas pagal geometrinæ progresijà, kurios nariø suma lygi vienetui. Tada prognozuojamo potvynio debitai apskaiðiuojami pagal formulæ:

$$p_j = \sum_{i=1}^n q_{ij} g_i, \quad j = 1 \dots k; \quad (2)$$

éia g_i – svorinis koeficientas; q_{ij} – potvynio debitai iš (3).

3.2. Tikimybinio skirstinio tankio funkcijos pritaikymas Nemuno potvynio hidrografui

Điame etape tyrinëjama, kurio skirstinio funkcijos forma yra panaði á potvynio hidrografá ir gali bùti panaudojama kaip analitinë potvynio hidrografo iðraiðka.

Galima priimti prielaidà, kad potvynio hidrografo parametrai yra atsitiktiniai dydþiai, apibrëþiantys ir paþio potvynio atsitiktinumà. Pagrindinës visø potvyniø charakteristikos, nusakanèios jø dydá ir keliamà pavojø, yra potvynio maksimumas Q (maksimalus pavasarinis debitas), potvynio trukmë T ir potvynio tûris A (vandens tûris, pratekëjæs per tam tikrâ laikà). Buvo analizuota, kuris ið tikimybinio tankio tinkamiausias apraþtyti analitinæ hidrografo formæ. Tam, kad hidrografas atitinkø visas tikimybinio tankio savybes, atitinkamai turi bùti sunormuotos potvynio charakteristikos. Potvynio hidrografo vidurkis ir dispersija atitinka atsitiktinio dydþio X vidurká m ir dispersijà σ^2 .

Nemuno potvyniø hidrografo formos buvo aproksimuojamos keturiais skirstiniø tikimybiniais tankiais.

1) Nupjautojo normalinio skirstinio tankio funkcija

$$\varphi(x, \mu, \sigma) = \frac{C}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}; \quad (3)$$

éia parametrai C , m ir s – nupjautojo normalinio skirstinio parametrai, ávertinami statistiðkai, o $\alpha < x < \beta$ (nagrinëjamu atveju $\alpha = 0$, $\beta = 1$).

2) Gama skirstinio tankio funkcija

$$f(x | \lambda, \eta) = \frac{\lambda^\eta}{\Gamma(\eta)} \cdot x^{\eta-1} \cdot e^{-\lambda x}; \quad (4)$$

λ, μ – Gama skirstinio parametrai, ávertinami statistiðkai, $x > 0$.

3) Trikampio skirstinio tankio funkcija

$$T(x) = \begin{cases} \frac{2(x-A)}{(B-A)(C-A)}, & x < C \\ \frac{2(B-x)}{(B-A)(B-C)}, & x \geq C \end{cases}; \quad (5)$$

čia A, B ir C – trikampio skirstinio parametrai, $A < x < B, C < B$.

4) Beta skirstinio tankio funkcija

$$f(x) = \frac{1}{B(a,b)} x^{a-1} (1-x)^{b-1}; \quad (6)$$

čia a ir b skirstinio parametrai, ávertinami statistiðkai, $a, b > 0, 0 < x < 1$.

3.3. Bajeso metodologijos pritaikymas realaus laiko prognozavimui

Bajeso metodologijà labai patogu naudoti, kai modelis jau sudarytas ir pritaikytas tam tikram objektui, taèiau gaunama nauja informacija (statistiniai duomenys) gali bùti panaudojama modeliavimo rezultatams atnaujinti, iðlaikant senàjà informacijà [5].

Šiuo atveju Bajeso metodologija pritaikoma potvynio debitams prognozuoti realiu laiku, kai kiekvienà dieñà á modelá átraukiamas naujas iðmatuotas debitai ir prognozavimo rezultatai perskaieiuojami. Bajeso metoda integruojamas kartu su ankstesniame skyrelje ap-raðytu metodu, kai potvynio debitai apskaiëiuojami primant prielaidà, jog potvynio hidrografo formà atitinka Beta skirstinio tankio funkcija. Atlikus statistinæ analizæ bei kiekvienam istorinio potvynio hidrografui pritaikius Beta skirstinio tanká sudaromas apriorinis skirstinio tankis. Jo pagrindu skaieiuojama prasidëjusio potvynio prognozë, o gavus naujà statistikà, Bajeso metodu perskaieiuojami bendrosios Beta funkcijos tankio parametrai.

Nagrinësime atvejá, kai potvynio statistiniai duomenys $y_1, \dots, y_f, i = 1, 2, \dots$ yra pasiskirstæ pagal Beta skirstiná, o parametrai a ir b – pagal nupjautà Normaløjá skirstiná, su atitinkamais parametrais. Tuomet a ir b aposterioriniø skirstinio iðraiðkos bus:

$$p(a | y_1, \dots, y_i) = \frac{\frac{c_a}{\sqrt{2\pi\sigma_a^2}} e^{-\frac{(a-\mu_a)^2}{2\sigma_a^2}} \cdot \frac{1}{B(a, b_1)} \cdot \dots \cdot \frac{1}{B(a, b_i)} y_1^{a-1} \cdot \dots \cdot y_i^{a-1} (1-y_1)^{b_1-1} \cdot \dots \cdot (1-y_i)^{b_i-1}}{\int_0^\infty \frac{c_a}{\sqrt{2\pi\sigma_a^2}} e^{-\frac{(a-\mu_a)^2}{2\sigma_a^2}} \cdot \frac{1}{B(a, b_1)} \cdot \dots \cdot \frac{1}{B(a, b_i)} y_1^{a-1} \cdot \dots \cdot y_i^{a-1} (1-y_1)^{b_1-1} \cdot \dots \cdot (1-y_i)^{b_i-1} da}, \quad (7)$$

$$p(b | y_1, \dots, y_i) = \frac{\frac{c_b}{\sqrt{2\pi\sigma_b^2}} e^{-\frac{(b-\mu_b)^2}{2\sigma_b^2}} \cdot \frac{1}{B(a_1, b)} \cdot \dots \cdot \frac{1}{B(a_i, b)} y_1^{a_1-1} \cdot \dots \cdot y_i^{a_i-1} (1-y_1)^{b-1} \cdot \dots \cdot (1-y_i)^{b-1}}{\int_0^\infty \frac{c_b}{\sqrt{2\pi\sigma_b^2}} e^{-\frac{(b-\mu_b)^2}{2\sigma_b^2}} \cdot \frac{1}{B(a_1, b)} \cdot \dots \cdot \frac{1}{B(a_i, b)} y_1^{a_1-1} \cdot \dots \cdot y_i^{a_i-1} (1-y_1)^{b-1} \cdot \dots \cdot (1-y_i)^{b-1} db};$$

čia

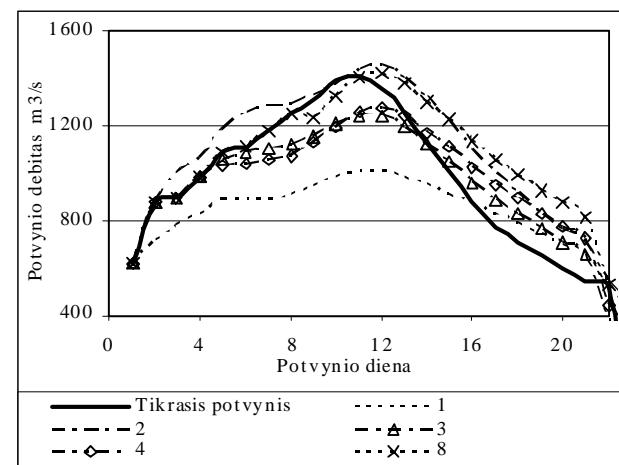
$$a_i = E a_{i-\text{osios_iteracijos}} = \int_0^\infty a \cdot p(a | y_1, \dots, y_i) da$$

$$b_i = E b_{i-\text{osios_iteracijos}} = \int_0^\infty b \cdot p(b | y_1, \dots, y_i) db, i = 1, 2, \dots$$

4. REZULTATAI IR JØ ANALIZË

Điame straipsnyje apsiribota tik pavasariniø Nemuno potvyniø prognoze.

2 pav. yra pateiktas pirmojo etapo Nemuno debito prognozës skaiëiavimø rezultatø pavyzdys. Iðtisinë linija parodo tikrojo potvynio hidrografà, punktyrinës – potvynio prognozës kreivës, kai iðmatuojamas pirmosios dienos debitas, antrosios dienos debitas ir t. t.



2 pav. Potvynio prognozavimo pavyzdþiai, kai á modelá átraukiama nuo 1 iki 8 potvynio dienø debitai

Kiekvienà kartà, kai iðmatuojamas naujas upës debitai, prognozë tikslinama. Turëdami k prognozuojamo potvynio vidutiniø dienos debitø w_1, w_2, \dots, w_k (k – prognozuojamo potvynio diena), prognozæ tiksliname pagal toká algoritmà:

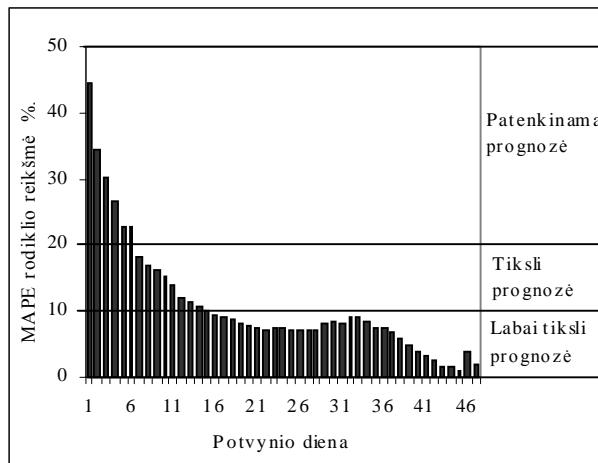
Pirmas þingsnis. Apskaiëiuojama suminë paklaida r_{ij} kiekvienam potvyniui $i = 1, 2, \dots, n$:

$$r_i = \sum_{i=1}^n |w_{ij} - p_j|, j=1,2...k. \quad (8)$$

Antras þingsnis. Sudarome suminës paklaidos variacinæ eilutæ $r_{(1)} \leq r_{(2)} \leq \dots \leq r_{(n)}$ ir maþiausia suminæ paklaida turinèiam potvyniui suteikiamas didþiausias svorio koeficientas g_r . Atitinkamai kitiems potvyniams pagal sumines paklaidas suteikiamas atitinkamas svorio koeficientas.

Prognozavimo tikslumui ávertinti buvo patikrinta visø praeityje turëtø potvyniø debitø prognozës, kai á imtå neátraukiamas tirkinas potvynis. Kadangi svarbiausios charakteristikos prognozuojant potvyná yra maksimalus jo debitas ir trukmë, tai paklaida buvo tirkinaðioms dviems charakteristikoms. Prognozës kokybei patikrinti buvo pasirinktas MAPE kriterijus (vidutinë procentinë paklaida). MAPE rodiklis skaièiuojamas pagal formulæ:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|q_{ij} - p_j|}{q_{ij}} \cdot 100\%, j=1,2...k. \quad (9)$$



3 pav. Potvyniø maksimumo ir trukmës prognozës MAPE rodiklio reikðmës (%).

Potvynio trukmës ir maksimumo MAPE kriterijaus skaièiavimø rezultatai parodyti 3 paveiksle.

Ið gautø MAPE rodiklio skaièiavimo rezultatø galima daryti tokias iðvadas: turint pirmos dienos potvynio matavimà, prognozës tikslumas yra patenkinamas, nuo antros iki ðeðtos dienos jos paklaidos gana greit maþëja. Nuo septintos iki tryliktos dienos prognozë laikoma gera, o visoms kitoms tolimesnëms dienoms potvynio prognozë jau laikoma labai tikslia. Bendroji vidutinë modeliavimo rezultatø paklaida siekia 11%.

Ðio statistinio modelio trûkumas yra tai, jog didþiausios paklaidos prognozuojant potvyná gaunamos dël to, kad potvynio kiekvienos dienos debitas prognozuojamas atskirai ir neiðlaikomas potvynio formos vientisumas. Todël Nemuno potvyniams buvo pritaikyta tikimybiniø skirstinio tankio funkcijos kreivë.

Tikimybiniø skirstiniø, pristatyto tyrimø metodikos skyriuje, aproksimavimo rezultatai pagal Nemuno potvyniø hidrografus buvo iðanalizuoti ir atlikta tikslumo analizë apskaièiuojant MAPE koeficientà naudojant (9) formulæ (lentelë).

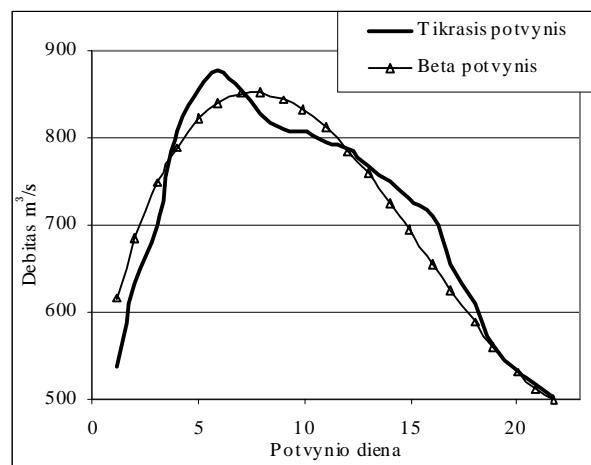
Lentelë. Nemuno potvyniø aproksimavimo áairiai skirstiniai paklaids palyginimas (%)

Skirstinio tankio funkcija	Prognozës tikslumas pagal MAPE			
	labai tiksliai	tiksliai	patenkinama	nepatenkinama
Beta	0	25	72	3
Nupjautas normalinis	0	0	71	29
Gama	0	0	33	67
Trikampis	0	14	60	26

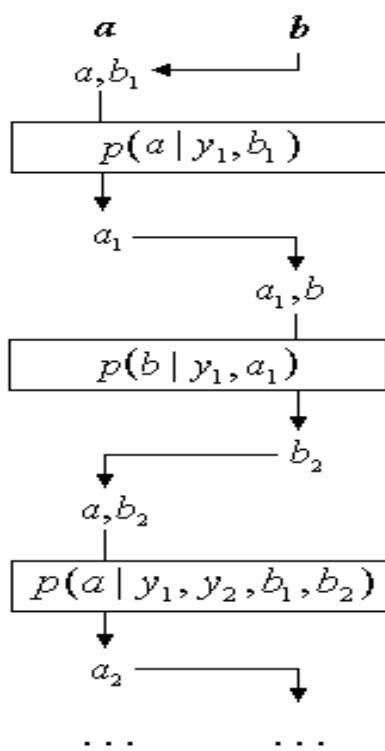
Analizës rezultatai parodo, jog Nemuno potvyniø hidrografus geriausiai aproksimuoj Beta skirstinio tankis. Todël kituose potvyniø rizikos analizës etapuose buvo pasirinkta ðio skirstinio tankio funkcija. 4 pav. parodytas potvynio hidrografo ir aproksimuotos kreivës, naudojant Beta skirstinio tankio funkcijà, pavyzdys.

Toks potvyniø hidrografo aproksimavimas Beta skirstinio tankio funkcija leidþia analitiðkai, su tam tikra patenkinama paklaida, sudaryti hidrografo iðraiðkà, kurià galima ávesti á matematiná modelá ar naudoti inþineriniams tikslams, kai reikia apytiksliai apibrëþti tam tikros upës potvyniø hidrografo formø specifikà [6].

Kadangi Beta skirstinio tankio funkcija turi du neþinomus parametrus a ir b , tai jiems ávertinti galima taikyti Bajeso procedûrą. Sudaryta Bajeso rekurentinës formulës taikymo schema (5 pav.): ið pradþio apskaièiuojamas parametras a aposteriorinis skirstinys su fiksuoja parametru b reikðme, po to, naudojant gautà patikslintà parametru a vidutinæ reikðmæ, apskaièiuojamas parametras b aposteriorinis skirstinys.



4 pav. Potvynio hidrografo aproksimacija Beta funkcijos kreive ir realaus potvynio hidrografas



nozës modeliu realiame laike tobulinti reikia sujungti visus etapus: statistiniam prognozës modeliu pritai-kant Bajeso teorijà ir gavus rezultatus aproksimuoti juos Beta tikimybinio tankio funkcija.

Gauta 2005 02 01

Literatûra

1. Oliveira J. Bivariate extremes; Extensions. Bulletin of the International Statistical Institute. Proceedings of the 40th Session. Warsaw, 1975. 46, Book 2. P. 241–252.
2. Yue S., Ouarda T., Bobée B., Legendre P., Bruneau P. The Gumbel mixed model for flood frequency analysis // Journal of Hydrology. 1999. Vol. 226. P. 88–100.
3. Todorovic P. Stochastic models for floods // Water Re-sources Research. 1978. Vol. 14(2). P. 345–356.
4. Todini E. An operational decision support system for flood risk mapping, forecasting and management // Urban Water 1. 1999. P. 131–143.
5. Bernardo J. M., Smith A. Bayesian theory. John Wiley & Sons Ltd, 2001. P. 586.
6. Yue S., Ouarda T., Bobée B., Legendre P., Bruneau P. Approach for describing statistical properties of flood hydrograph // Journal of Hydrologic Engineering. 2002. Vol. 7. No. 2. P. 147–153.

Jurgita Simaitytë-Volskienë

MAXIMAL FLOODS FORECAST OF THE NEMUNAS RIVER

Summary

In the risk analysis for hydraulic objects, an important step is to evaluate the risk of extreme floods. The paper presents a real time flood forecast model development, which consists of three stages: 1) statistical historical analysis of

floods; 2) flood hydrograph shape analytical development; 3) flood forecast in the Bayesian approach. A case study analyses the Nemunas River flow data near the Kaunas hydropower station dam. The results revealed that the Nemunas flood hydrograph shape is best represented by the two-parameter beta probability density function, which later is used for flood forecast calculations. The Bayesian approach enables to recalculate a flood forecast every day according to new flow measurements.

Key words: Nemunas River flood forecast, maximal flow, hydrograph, risk analysis, Bayesian approach

Юргита Симайтите Волскене

ПРОГНОЗ МАКСИМАЛЬНЫХ НАВОДНЕНИЙ РЕКИ НЯМУНАС

Резюме

Анализ риска максимальных наводнений является одним из основных этапов при анализе риска гидротехнических объектов. В данной статье представлена математическая модель прогнозирования наводнений в реальном времени. Модель включает три части: 1) статистический анализ наводнений, 2) создание аналитического выражения формы гидрографа наводнений, 3) прогноз наводнений методом Байеса. Созданная модель применялась для прогнозирования уровня воды р. Нямунас возле плотины Каунасской ГЭС. Результаты показали, что аналитическое выражение гидрографа наводнений р. Нямунас лучше всего аппроксимировать функцией плотности распределения Бета. Байесовская процедура позволяет уточнять прогноз в реальном времени, когда измеряются новые стоки наводнения.

Ключевые слова: прогноз наводнений Нямунаса, максимальный сток, гидрограф, анализ риска, метод Байеса