

# Karšto vandens vartojimo netolygumo tikimybinė analizė

**Romanas Savickas,**

**Alfonsas Skrinska**

*Vilniaus Gedimino technikos universitetas,  
Šildymo ir vėdinimo katedra,  
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius,  
el. paštas: romanas.savickas@cityservice.lt*

Straipsnyje aprašoma vidutinio karšto vandens suvartojimo statistinė analizė pagal Gauso pasiskirstymą mokyklinio ir ikimokyklinio ugdymo įstaigose. Nustatytos karšto vandens vartojimo tendencijos per metus bei standartiniai nuokrypiai objektuose priklausomai nuo jų tipo bei objektų dydžio. Atlikus karšto vandens suvartojimo tyrimą nustatyta, kad karšto vandens suvartojimo tendencija per metus nėra tiesinė, gruodį ji pasiekia aukščiausią tašką, rugpjūtį – žemiausią tašką. Standartinio nuokrypio tendencijos per metus pakartoja karšto vandens suvartojimo tendencijas.

**Raktažodžiai:** karštas vanduo, karšto vandens vartojimas, standartinis nuokrypis

## 1. ĮVADAS

Karšto vandens vartojimo charakteristika kiekvienam pastatui yra skirtinga. Individualieji gyvenamieji namai karštą vandenį vartoja skirtingu laiku, dažnumu ir intervalais nei daugiabučiai gyvenamieji namai, o pastarieji – skirtingai nei administracinės ar visuomeninės paskirties pastatai. Tačiau juos analizuojant galima rasti bendras vartojimo tendencijas, kuriose yra daug pikų, minimumų ir maksimumų [1], sudarančių vartojimo charakteristiką. Analizuojant karšto vandens vartojimo dėsningumus, galima nustatyti, kiek projektinės normos nukrypsta nuo faktinių poreikių ir kokį tikimybinį lygį užtikrina projektiniai įrengimai – ar jie mažesni nei faktiškai reikia, o gal, atvirkščiai, – per dideli.

Centralizuotas karšto vandens tiekimas technologškai susietas su šilumos tiekimu. Faktinis šilumos suvartojimo 1999–2002 m. Klaipėdoje duomenų tyrimas parodė, kad jis yra gerokai mažesnis už projektinį [2]. Tačiau esami šilumos sąnaudų pastatuose tyrimai yra fragmentiški, nes Lietuvoje nėra šilumos rinkos analizei reikalingų statistikos duomenų surinkimo sistemos. Tuo tarpu faktinio šilumos suvartojimo duomenų sklaida Klaipėdos mieste yra kur kas didesnė už projektinę. Nemažos dalies Klaipėdos pastatų šilumos vartojimas yra mažesnis nei minimalus – Nacionalinėje energijos vartojimo efektyvumo didinimo programoje (NEVEDP) ir gali būti paaiškinamas prastesnėmis komforto sąlygomis ir ribotu karšto vandens poreikių tenkinimu, tam tikra dalimi susijusių su socialinėmis problemomis [2]. Skirtumas tarp faktinio šilumos vartojimo ir minimalaus vartojimo lygio, pagal NEVEDP, galėtų būti vertinamas kaip techninis energijos efektyvumo didinimo potencialas pastatuose. Karšto vandens suvartojimo dėsningumų tyrimas yra svarbus ir dėl to, kad nuo karšto vandens su-

vartojimo priklauso bendras pastato šiluminės energijos suvartojimo rodiklis, o siekiant gauti šilumos sąnaudas tik šildymui, reikia žinoti suvartotą karšto vandens kiekį, kad iš jo būtų galima atimti šilumą karštam vandeniui ruošti, kuri yra proporcinga suvartoto karšto vandens kiekiui [3]. Vasaros sezonu šilumos suvartojimas pastatuose priskirtinas tik karšto vandens poreikiams tenkinti [2]. Vasaros sezono šilumos poreikiai, kaip rodo Lietuvos ir kitų šalių tyrimų duomenys, daugiausiai priklauso nuo gyventojų skaičiaus, tenkančio gyvenamojo ploto vienetui, ir nuo gyventojų amžiaus. Mažesnės karšto vandens ruošimui suvartotos šiluminės energijos sąnaudos yra tuose pastatuose, kuriuose vienam žmogui tenka didesnis suvartojamo karšto vandens kiekis, nes visiškai nevartojant karšto vandens visa šiluma būtų suvartojama tik vamzdinių šilumos nuostoliams cirkuliaciniame karšto vandens žiede kompensuoti [3]. Sudarant energijos poreikių prognozes administraciniuose ir gyvenamuosiuose pastatuose, galimi įvairūs modeliai, kurių taikymas įmanomas tik įvertinus karšto vandens dedamąją visoje energijos vartojimo grupėje [4]. Tačiau energijos poreikių prognozės reikalingos ne tik vartotojams, bet ir tiekėjams, kurie numato tiekiamos šilumos kintančias apkrovas bei tiekiamo šalto vandens kiekį. Šilumos tiekėjams poreikių dinamika yra labai svarbi, nes ji kinta priklausomai nuo įrengimų būklės, techninio ir moralinio susidėvėjimo, o karšto vandens dedamoji vasaros laikotarpiu lieka vienintelė ir svarbiausia [1].

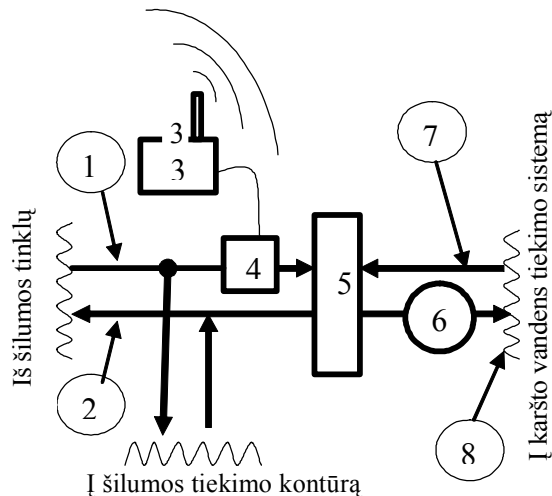
Pradedant projektuoti atskirą naują miesto rajoną, kvartalą ar gyvenvietę reikia įvertinti karšto vandens vartotojų išsidėstymą, nes labiausiai nutolusių vartotojų šilumnešio temperatūra žemiausia, hidraulinis balansas blogiausias, o laiko trukmė temperatūroms atstatyti po nakties mažo poreikio laiko intervalas didžiausias. Pastariesiems dažnai reikia kelių valandų, kol pakils reikiama

temperatūra, o tai reiškia, kad jie gaus žemesnės temperatūros karštą vandenį iš ryto [1]. Šie argumentai įgalina projektinėje stadijoje pastatus, kurių didelis šilumos poreikis karštam vandeniui ir kurie turi didelius vartojimo pikus, projektuoti arčiau katilinės, o mažesnių poreikių vartotojus galima išdėstyti toliau. Taip projektuojant naują gyvenamąjį rajoną būtų gauta skirtingo tipo pastatų išdėstymo schema.

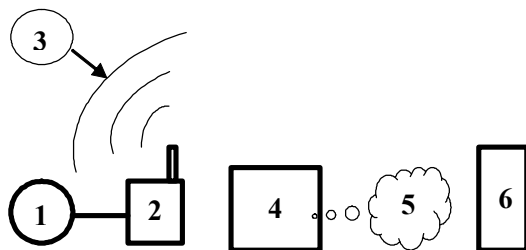
Šiame darbe pateikta karšto vandens vartojimo Vilniaus miesto darželiuose ir mokyklose tikimybinė analizė.

## 2. TYRIMO METODIKA

Karštas vanduo ruošiamas šilumos punkte naudojant centralizuotai tiekiamą šilumą pagal nepriklausomą karšto vandens ruošimo schemą su dviejų laipsnių karšto vandens ruošimo šilumokaičiu, pavaromis, vožtuvais, automatika bei kitais įrengimais. Principinė karšto vandens ruošimo schema pateikta 1 pav.



1 pav. Karšto vandens ruošimo principinė schema. 1 – tiekiamos šilumos srautas, 2 – grįžtamos šilumos srautas, 3 – šilumos tiekimo sistemos valdiklis, 4 – karšto vandens vožtuvas su pavara, 5 – karšto vandens šilumokaitis, 6 – karšto vandens siurblys, 7 – šaltas vanduo, 8 – karštas vanduo



2 pav. Rubisafe prietaiso ir prie jo prijungtų įrengimų principinė schema. 1 – karšto vandens impulsinis skaitiklis, 2 – šilumos tiekimo sistemos valdiklis, 3 – GSM ryšys, 4 – duomenų priėmimo centras, 5 – internetinis tinklas, 6 – vartotojo kompiuteris

Karšto vandens faktinio suvartojimo duomenys buvo fiksuojami Rubisafe prietaisu. Rubisafe prietaiso ir prie jo prijungtų įrengimų principinė schema pateikta 2 pav.

Rubisafe prietaisas – tai įrenginys, kuris valdo tiekiamos šilumos srautą šildymo ir karšto vandens tiekimo sistemoms prie jo prijungtais prietaisais (pavaromis, vožtuvais, siurbliais ir t. t.). Prietaisas atlieka ne tik valdiklio, bet ir duomenų registratoriaus funkcijas. Šiuo atveju prie jo suderintuviu yra prijungtas impulsinis karšto vandens skaitiklis, kurio impulsus prietaisas registruoja ir GSM tinklo pagalba siunčia duomenų priėmimo centrui, kuris duomenis apdoroja ir perduoda į pasaulinį interneto tinklą, o iš interneto vartotojas gali naudotis duomenimis arba siųsti naujas komandas prietaisui.

Faktinių duomenų tyrimui naudota statistinė duomenų analizė. Statistinė duomenų analizė yra plačiai naudojama tiriant pastatų šiluminės energijos ir karšto vandens vartojimą [5]. Duomenys gali būti pasiskirstę pagal binominį, normalųjį (kartais jis siejamas su vokiečių matematiko Karlo Friedricho Gauso [Gauss; 1777–1855] vardu ir vadinamas Gauso pasiskirstymu) ir kitus dėsnius [6].

Normalusis pasiskirstymas svarbus tiek teoriniuose tikimybių moksluose, kur šiuo pasiskirstymu grindžiama daugelis teorinių išvadų bei formuliu, nes į jį artėja dauguma kitų pasiskirstymų, tiek realiajame pasaulyje, gamtoje, nes kaip tik šiam pasiskirstymui būdingą tikimybės tankio formą beveik visiškai tiksliai pakartoja savaiminis bet kurios birios medžiagos (pavyzdžiui, smėlio, grūdų, miltų) išsisklaidymas (pasiskirstymas), kai ji yra beriami iš vieno taško ant lygaus horizontalaus paviršiaus. Pagal normalųjį dėsnį pasiskirstusio tolydžiojo atsitiktinio dydžio teoriškai įmanomos reikšmės gali kisti nuo minus begalybės ( $-\infty$ ) iki plus begalybės ( $+\infty$ ), o tikimybės tankis yra pasiskirstęs beveik taip pat, kaip ir smėlio masė, kuri pasiskirsto natūraliai supiltoje smėlio krūvoje. Normalaus skirstinio tikimybės tankio grafikas parodytas 3 pav. Jame paimta tik dalis galimų  $x$  reikšmių (pavyzdžiui, nuo  $-5$  iki  $+5$ ), nes tikimybės tankis ties labiau į kairę ar labiau į dešinę nueinančiomis teoriškai galimomis  $x$  reikšmėmis darosi labai menkas ir beveik nebesiskirdamas nuo  $0$  artėja iki  $0$  reikšmės. Labiausiai funkcijos tikimybė susitelkusi ties galimomis  $x$  reikšmėmis, artimomis nuliui, o ties pačiu nuliui funkcijos tankis pasiekia maksimumą, po kurio vėl pradeda mažėti.

Konkretų Gauso pasiskirstymo pavidalą sąlygoja funkcijos tikimybės tankio maksimumo vieta  $x$  ašies atžvil-



3 pav. Gauso (normaliojo) pasiskirstymo tikimybės tankis

giu ir varpo pavidalo kreivės glaustumas bei funkcijos tikimybės tankio maksimumo padėtis  $y$  ašies atžvilgiu, arba, kitais žodžiais, – maksimumo „aukštis“. Tuo remiantis normaliojo pasiskirstymo atveju tikimybės tankio kreivės formai bei padėčiai apibūdinti yra reikalingi du parametrai, kuriuos įprasta žymėti raidėmis  $\mu$  (dažnai dar žymima  $a$  arba  $m$ ) ir  $\sigma$  (arba  $\sigma^2$ ). Parametras  $\mu$  sąlygoja maksimalaus tikimybės tankio vietą  $x$  ašyje, todėl nuo jo priklauso, ties kuria  $x$  reikšme bus susitelkęs didžiausias tikimybės tankis. Parametras  $\sigma$  nulemia tikimybės tankio kreivės aukštį ir jos suglaustumo laipsnį: abu tie kreivės matmenys – aukštis ir glaustumas – tarpusavyje glaudžiai susiję, nes bet kuriuo atveju plotas, susidarantis tarp  $x$  ašies ir tankio grafiko kreivės, turi išlikti pastovaus dydžio, visada vienodas ir masteliu lygus tikimybės vienetui. Keičiant  $\sigma$  galima tankio grafiko viršūnę patempti aukštyn arba nuspausti žemyn, bet tuo pačiu atitinkamai persiorientuos ir šoninių linijų išlinkimas, kad minėtasis plotas nepasikeistų. Kai parametras  $\sigma_y = 1$ , funkcijos tikimybės tankio aukštis ties vidurkiu yra maksimalus ir lygus 0,39894. Labai svarbi yra trijų sigma ( $3\sigma$ ) taisyklė, kuri teigia: jeigu atsitiktinis dydis yra pasiskirstęs pagal normalųjį dėsnį, tai stebimosios jo reikšmės, nuo vidurkio nutolusios daugiau kaip per 3 vidutinius kvadratinius nuokrypius, bus praktiškai labai retos, pasitaikys tik maždaug 3 kartus iš tūkstančio. O jeigu jos pasitaiko kur kas dažniau, tai tokio dydžio jau nėra pagrindo laikyti esant pasiskirstusių pagal normalųjį dėsnį. Kitaip tariant, absoliuti didžiuma (99,73%) tikimybės tankio susitelkia  $x$  reikšmių ruože nuo  $-3$  iki  $3$  (bendruoju atveju nuo  $-3\sigma$  iki  $3\sigma$ ) arba kai  $[\mu + 1\sigma_y; \mu - 1\sigma_y]$ , funkcija apima 68,27%, kai  $[\mu + 2\sigma_y; \mu - 2\sigma_y]$  – 95,45%, kai  $[\mu + 3\sigma_y; \mu - 3\sigma_y]$  – 99,73% duomenų. Inžineriniuose skaičiavimuose dažniausiai naudojama  $2\sigma$  taisyklė, kurią taikant žinome, kad 95,45% reikšmių patenka į tiriamą intervalą. Pageidaujant turėti kitą patikimumo lygį, galima atitinkamai nustatyti  $s$  reikšmę, kad būtų gautas pageidaujamas tikimybės lygis. Pavyzdžiui, norint turėti 50% reikšmių, reikia imti intervalą  $\mu \pm 0,674\sigma_y$ , pageidujamų 90% reikšmių yra intervalas  $\mu \pm 1,960\sigma_y$ , o 95% reikšmių – intervale  $\mu \pm 2,576\sigma_y$ .

Normalinis skirstinys svarbus tuo, kad:

- daugelis skirstinių artėja link normalinio,
- daugelio požymių (net ryškiai nenormalinių) pasiskirstymų vidurkių įverčiai pagal imtis gerai aprašomi normaliniu skirstiniu, kurio vidurkis lygus generalinės aibės vidurkiui, o dispersija –  $\sigma^2/N$ ; čia  $\sigma^2$  – generalinės aibės dispersija,
- požymių pasiskirstymai neretai artimi būtent normaliniam skirstiniui.

Jei požymis pasiskirstęs normaliai, negalima atmesti hipotezės, kad priežasčių yra daug, kad jos susideda ir yra apytiksliai vienodai reikšmingos. Nukrypimas nuo normaliojo skirstinio rodo, kad požymį gali veikti kiti veiksniai, pvz., atranka, specifinis valdymas. Dviviršūniškumas dažnai rodo dvi susiplakusias imtis. Normaliam skirstiniui asimetrija ir ekscesas lygūs nuliui. Kai asimetrija nelygi nuliui, vidurkis ir mediana nesutampa.

Kai asimetrija teigiama – kreivės viršūnė kairėn, nuolaidusis šlaitas dešinėn. Kai asimetrija neigiama – kreivės viršūnė dešinėn, nuolaidusis šlaitas kairėn.

Šiame tyrime duomenys analizuojami pagal Normalųjį, arba Gauso, skirstinį, nes pastebėta, kad normalioji (Gauso) kreivė skirtingo tipo objektuose ir skirtingais laikotarpiais skiriasi:

$$f(x_G) = \frac{1}{S\sqrt{2\pi}} \times e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (1)$$

(1) lygtyje standartinio parametro  $X_G$  reikšmė yra tokia:

$$x_G = \frac{(G - \bar{G})}{S}; \quad (2)$$

čia  $G$  – faktinis karšto vandens vartojimas analizuojamuoju laikotarpiu  $m^3$ ,

$\bar{G}$  – faktinio karšto vandens vartojimo svorinis vidurkis analizuojamuoju laikotarpiu  $m^3$ ,

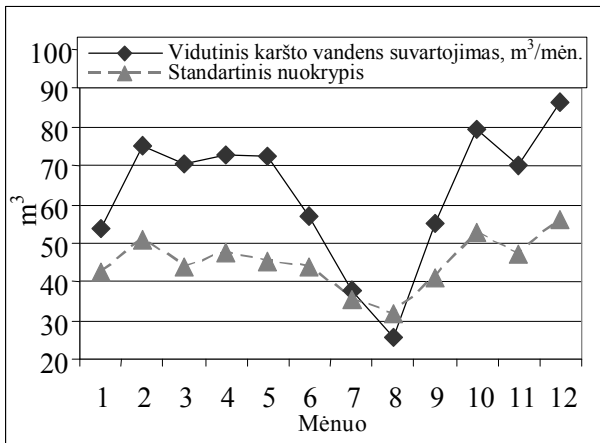
$S$  – standartinis nuokrypis analizuojamuoju laikotarpiu  $m^3$ .

### 3. TYRIMO DUOMENYS IR JŲ ANALIZĖ

Karšto vandens faktinio vartojimo tyrimas atliktas daugiau nei 200 visuomeninės paskirties objektų – mokyklose ir darželiuose, todėl šiuos objektus suskirstome į dvi karšto vandens vartotojų grupes – į mokyklų grupę ir į darželių grupę. Atliekant nuodugnesnę analizę šias grupes galima suskirstyti pagal pastatų plotus, žmonių skaičių objekte ir panašiai. Pradžioje tyrimas atliekamas bendrai pastatų grupei, apimančiai tiek darželius, tiek mokyklas.

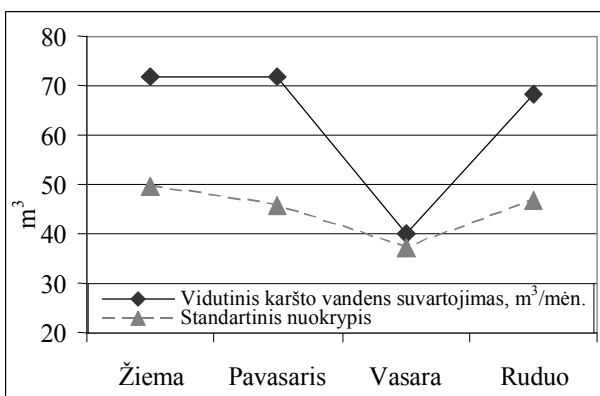
Tyrimo metu nustatytas bendros pastatų grupės objektų vidutinis mėnesio suvartojamo karšto vandens kiekis  $\bar{G}$  ( $m^3$ ) ir atitinkamai visų bendros pastatų grupės objektų kiekvieno mėnesio standartinis nuokrypis  $S$ . Vidutinis mėnesio suvartojamo karšto vandens kiekis ugdymo įstaigoje yra  $63,0 m^3$ , arba  $0,087 l/m^2$ . Siekdami gauti šių dydžių kalendorinių metų pasiskirstymo dėsnius, 4 pav. nubrėžiamo priklausomybių nuo laiko funkcijos  $t$  grafikus  $\bar{G} = f(t)$  ir  $S = f(t)$ . Vidutinis karšto vandens vartojimas  $\bar{G}$  per metus nepastovus ir yra pastebima ryški kitimo tendencija (4 pav.). Žiemos mėnesiais  $\bar{G}$  yra didžiausias ir maksimali ( $86,6 m^3$  arba  $0,119 l/m^2$ ) reikšmė yra gruodį. Vasaros mėnesiais  $\bar{G}$  yra mažiausias ir minimali ( $25,8 m^3$  arba  $0,036 l/m^2$ ) reikšmė yra rugpjūtį. Tai galima paaiškinti objektų darbo specifika, nes mokyklose vasarą mokiniai nesimoko, lieka dirbti tik administracijos personalas, mokinių skaičius lygus nuliui, o darželiuose vaikų skaičius vasarą taip pat sumažėja, nors ir nelygus 0, o dalis darželio grupių dėl mažesnio vaikų skaičiaus sujungiamos į vieną.

Žiemos ir pavasario mėnesiais vidutinis karšto vandens vartojimas  $\bar{G}$  (5 pav.) yra beveik lygus ir didžiausias per metus. Nors žiemą ir pavasarį vidutinis karšto vandens vartojimas vienodas (skiriasi tik 0,1%), tačiau skiriasi reikšmių išsibarstymas šiais mėnesiais. Didžiau-



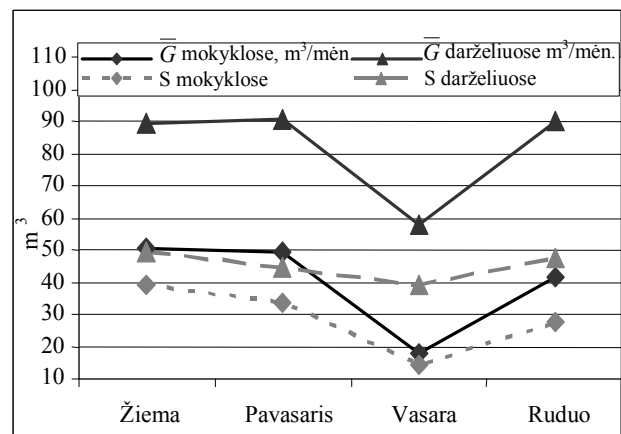
4 pav.  $\bar{G}$  ir S priklausomybių nuo laiko funkcijos t grafikai  $\bar{G} = f(t)$  ir  $S = f(t)$  priklausomai nuo metų mėnesio

sias mėnesių  $\bar{G}$  reikšmių išsibarstymas yra žiemą: maksimali gruodį –  $\bar{G} = 86,6 \text{ m}^3$ , minimali sausį –  $\bar{G} = 53,9 \text{ m}^3$ , todėl sausį vidutinis karšto vandens vartojimas 37,7% mažesnis nei gruodį. Mažiausias mėnesių  $\bar{G}$  reikšmių išsibarstymas yra pavasarį: maksimali gegužę –  $\bar{G} = 73,0 \text{ m}^3$ , minimali kovą –  $\bar{G} = 70,6 \text{ m}^3$ , todėl kovą vidutinis karšto vandens vartojimas tik 3,28% mažesnis nei gegužę. Lyginant visus metų mėnesius, didžiausias reikšmių išsibarstymas yra vasaros mėnesiais – nuo  $25,8 \text{ m}^3$  rugpjūtį iki  $56,8 \text{ m}^3$  birželį, o skirtumas sudaro 54,5%. Rudenį vartojimas 4,9% mažesnis nei žiemą, o reikšmių išsibarstymas pats mažiausias.



5 pav.  $\bar{G}$  ir S priklausomybių nuo laiko funkcijos t grafikai  $\bar{G} = f(t)$  ir  $S = f(t)$  priklausomai nuo metų sezono

Vasaros mėnesių mažesni karšto vandens suvartojimą galima paaiškinti, tuo tarpu 5 pav. mažesni vidutinį karšto vandens suvartojimą rudeni – ne. Tam tikslui 6 pav. pavaizduojame atskirai vidutinį karšto vandens suvartojimo mokyklose ir darželiuose priklausomybių nuo laiko funkcijos t grafikus  $\bar{G} = f(t)$  ir  $S = f(t)$  priklausomai nuo metų sezono mokyklose ir darželiuose.



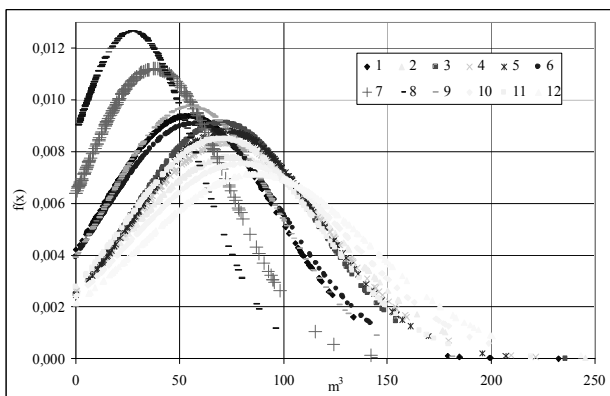
6 pav.  $\bar{G}$  ir S priklausomybių nuo laiko funkcijos t grafikai  $\bar{G} = f(t)$  ir  $S = f(t)$  priklausomai nuo metų sezono mokyklose ir darželiuose

6 pav. matyti, kad darželiuose vidutinis karšto vandens suvartojimas  $\bar{G}$  yra 2,1 karto didesnis nei mokyklose, o bendra vartojimo tendencija per metus tiek mokyklose, tiek darželiuose išlieka vienoda, tik kreivės yra lygiagrečiai persitūmusios. 6 pav. leidžia suprasti, kad žiemą karšto vandens vidutinis suvartojimas tolygus tiek darželiuose, tiek mokyklose, o mažesnis  $\bar{G}$  suvartojimas vasarą yra dėl abiejų objektų tipų. Pažymėtina, kad abi kreivės iki mažesnio vasaros suvartojimo leidžiasi lygiagrečiai, todėl abiejuose objektų tipuose  $\bar{G}$  suvartojimas sumažėja beveik tokia pačia skaitine reikšme, nes vasaros suvartojimas mokyklose mažesnis už žiemos  $32,6 \text{ m}^3$ , o darželiuose  $31,6 \text{ m}^3$ , tačiau procentine išraiška darželių  $\bar{G}$  vartojimas sumažėja 35,3%, o mokyklose net 64,6%, t. y. beveik dvigubai nei darželiuose. Bendras abiejų tipų objektų rudens suvartojimas yra skirtingas nei žiemos ir pavasario. Kodėl taip yra? 6 pav. matyti, kad už šį mažesni suvartojimą tiesiogiai yra atsakingos mokyklos, o darželiuose vidutinis karšto vandens suvartojimas rudeni toks pat kaip ir žiemą bei pavasarį. Darželiuose rudens vartojimas nuo žiemos vartojimo skiriasi tik 0,6%, o mokyklose net 17,5%. Kodėl darželiuose šio skirtumo nėra, o mokyklose yra? Tai galima paaiškinti tik objekto darbo specifika – mokyklose lapkritį mokiniams yra suteikiamos vienos savaitės atostogos, todėl sumažėja ir karšto vandens suvartojimas. Detaliau mokyklų karšto vandens vartojimas išanalizuotas kitame skyriuje.

Grįžtant prie 4 pav. ir jame pavaizduoto standartinio nuokrypio matome, kad jis, kaip ir vidutinis karšto vandens vartojimas, vasaros mėnesiais mažiausias, minimali 31,5 reikšmė rugpjūtį, didžiausias žiemos mėnesiais, maksimali 55,8 reikšmė gruodį. Pavasario standartinis nuokrypis S yra 8,4%, o rudens standartinis nuokrypis 5,8% mažesnis už žiemos. Vasarą standartinis nuokrypis yra mažiausias ir už žiemos standartinį nuokrypį mažesnis 25,6%. Lygindami  $\bar{G}$  ir S kreives pastebime, kad S kreivė per metus tik nežymiai pakartoja  $\bar{G}$  kreivės tendencijas: vasarą mažėjant karšto vandens vartojimui

mažėja ir standartinis nuokrypis, o žiemą didėjant  $\bar{G}$  didėja ir  $S$  reikšmė. Santykinai didelė  $S$  reikšmė, lyginant su  $\bar{G}$ , rodo, kad yra pakankamai didelis vidutinio karšto vandens vartojimo reikšmių išsibarstymas, lyginant objektus, todėl galime daryti išvadą, kad suprognozavę tam tikro objekto  $\bar{G}$  vartojimą gautume pakankamai didelį galimų reikšmių spektrą. 6 pav., kuriame pateikti standartiniai nuokrypiai atskirai darželiuose ir mokyklose, matyti, kad vasarą sumažėjus karšto vandens vartojimui darželiuose, standartinis nuokrypis sumažėja tik nedaug, o mokyklose – pakankamai ženkliai. Tai galima paaiškinti tuo, kad visose mokyklose proporcingai sumažėja mokinių skaičius, o darželiuose vaikų skaičius sumažėja neproporcingai – kai kurie darželiai vasarą visiškai uždaromi, kai kurie lieka veikti visu pajėgumu, o kai kuriuose uždaromos tik kelios grupės.

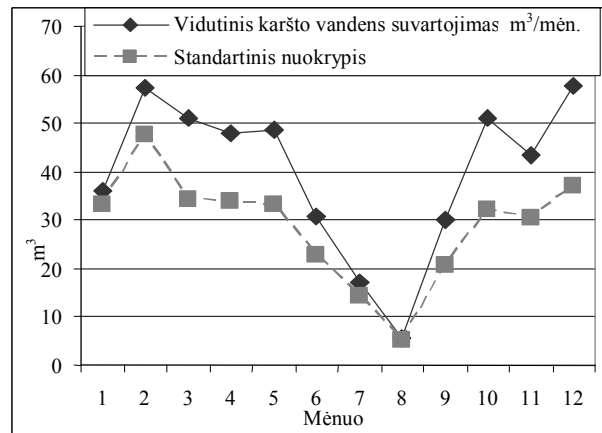
7 pav. yra pateiktas karšto vandens suvartojimo ( $m^3$ ) standartinis normalusis (Gauso) skirstinys 1–12 mėnesiais. Kaip jau minėjome, mažiausias standartinis nuokrypis  $\sigma$  yra rugpjūtį. Tai matyti 7 pav. – rugpjūčio grafikas yra siauriausias ir aukščiausias (funkcijos ekstremumas yra 0,013), o gruodžio – plačiausias ir žemiausias (funkcijos ekstremumas yra 0,007), jo sklaida didžiausia. Taip pat galime apibendrinti, kad kuo didesnis yra karšto vandens vartojimas, tuo žemesnis funkcijos ekstremumas ir tuo didesnė sklaida. Rugpjūtį normaliojo pasiskirstymo grafikas yra siauriausias ir aukščiausias, vadinasi, rugpjūtį karšto vandens vartojimo reikšmių išsibarstymas mažiausias ir lengviausiai prognozuojamas, o gruodį didžiausias ir sunkiausiai prognozuojamas.



7 pav. Karšto vandens suvartojimo ( $m^3$ ) standartinis normalusis (Gauso) skirstinys 1–12 mėnesiais

Atlikus mėnesio karšto vandens vartojimo analizę mokyklose, nustatytas visų mokyklų bendras vidutinis mėnesio karšto vandens suvartojamas kiekis  $\bar{G}$  ( $m^3$ ) ir atitinkamai kiekvieno mėnesio standartinis nuokrypis  $S$ . 8 pav. pateikti jų metinių pasiskirstymų dėsniai, nubrėžti priklausomybių nuo laiko funkcijos  $t$  grafikai  $\bar{G} = f(t)$  ir  $S = f(t)$ .

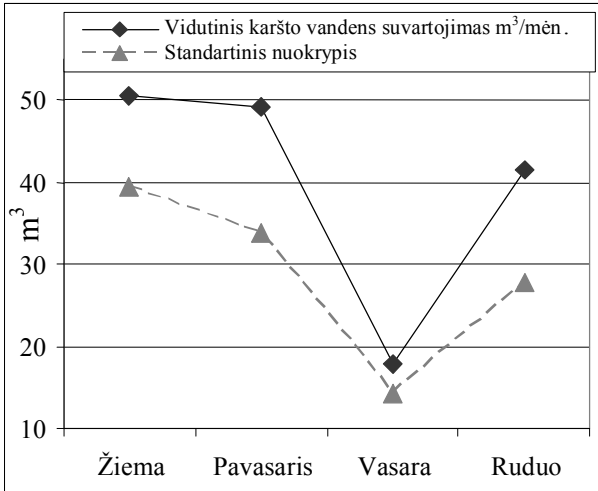
Mokyklose vidutinis karšto vandens vartojimas per metus kinta, vasaros mėnesiais – liepą ir rugpjūtį jis yra mažiausias, o minimali 5,7 reikšmė yra rugpjūtį, nes



8 pav.  $\bar{G}$  ir  $S$  priklausomybių nuo laiko funkcijos  $t$  grafikai  $\bar{G} = f(t)$  ir  $S = f(t)$  priklausomai nuo metų mėnesio mokyklose

mokyklose liepą ir rugpjūtį mokiniai nesimoko. Kadangi mokyklose šiais mėnesiais mokinių skaičius lygus 0, o karšto vandens vartojimas nelygus 0, būtų galima teigti, kad už šį suvartoto karšto vandens kiekį yra atsakingas objekto administracijos personalas. Administracijos personalą sudaro toks objekto priežiūrą bei ūkinius reikalus tvarkantis personalas, kaip valytojos, kurios vasarą taip pat dirba, bei toks už pedagogiką ir ugdymą atsakingas personalas, kaip mokytojai bei jų vadovai. Mokytojai liepą ir rugpjūtį atostogauja, valgyklos nedirba ir maisto neruošia, vadinasi, visas suvartoto karšto vandens kiekis tenka ūkiniams poreikiams tenkinti. Liepą vidutinis suvartoto karšto vandens kiekis yra  $17,1 m^3$ , rugpjūtį  $5,7 m^3$ . Tai sudaro atitinkamai 42,9 ir 14,4% nuo bendro metinio  $39,8 m^3$  vidutinio karšto vandens suvartojimo. Matyti, kad šiais mėnesiais vartojama mažiau nei pusė bendro metinio vidutinio karšto vandens kiekio. Galėtume teigti, kad per metus  $5,7-17,1 m^3$  karšto vandens yra nuolatos suvartojama ūkiniams poreikiams tenkinti. Tačiau liepą ir rugpjūtį patalpos gali būti valomos rečiau ir todėl ši prielaida gali būti tik iš dalies teisinga. Tikrąją padėtį galėtume sužinoti tik atlikę apklausas objektuose ir įvertinę, ar faktinis valymo poreikis sumažėja. Galėtume teigti, kad liepą ir rugpjūtį vartojimas sumažėja dėl to, jog kai kurios mokyklos visai nebevartoja karšto vandens, o specialiųjų mokyklų vartojimas išlieka nepakitęs. Bendras vidurkis sumažėja, tačiau, pažvelgę į karšto vandens suvartojimą šiais mėnesiais atskiruose objektuose, galime daryti išvadą, kad ir prielaida neteisinga.

Žiemos mėnesiais karšto vandens vartojimas didžiausias ir maksimali 57,7 reikšmė (8 pav.) yra gruodį, tačiau nubraižius grafiką priklausomai nuo metų sezono laikotarpio 9 pav. matyti, kad žiemos ir pavasario vartojimas beveik vienodas ir skiriasi tik 2,5%, o rudens vartojimas mažesnis už žiemos 17,5%. 8 pav. pavaizduotas standartinis nuokrypis, beveik idealiai pakartodamas vidutinį karšto vandens vartojimą, vasaros mėnesiais taip pat mažiausias, minimali 5,4 reikšmė rugpjūtį, didžiausias žiemos mėnesiais, maksimali 37,2 reikšmė gruodį. Santykinai didelė  $S$  reikšmė, lyginant su  $\bar{G}$ , ro-

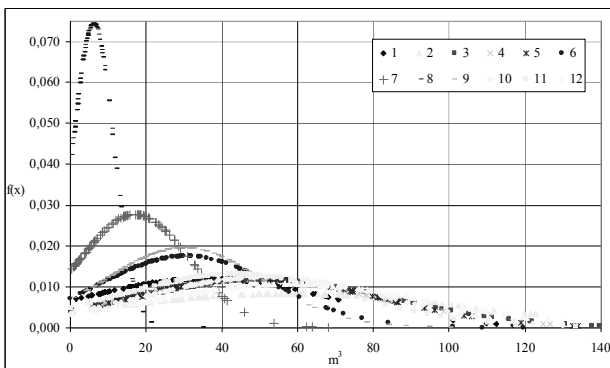


9 pav.  $\bar{G}$  ir  $S$  priklausomybių nuo laiko funkcijos  $t$  grafikai  $\bar{G} = f(t)$  ir  $S = f(t)$  priklausomai nuo metų sezono mokyklose

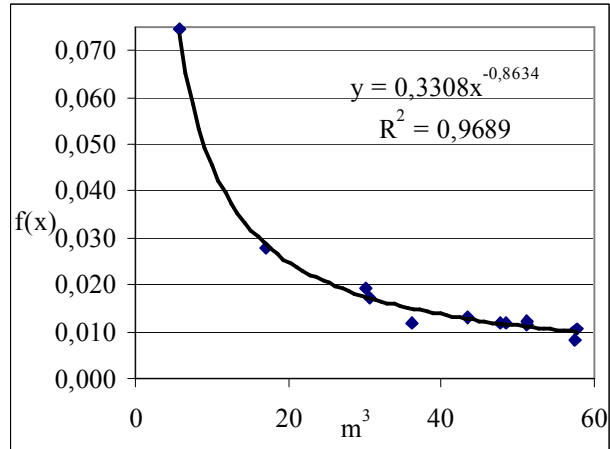
do, kad yra pakankamai didelis vidutinio karšto vandens vartojimo reikšmių išsibarstymas, lyginant mokyklas.

10 pav. yra pateiktas karšto vandens suvartojimo ( $m^3$ ) standartinis normalusis (Gauso) skirstinys sausį–gruodį mokyklose. Mažiausias standartinis nuokrypis  $\sigma$  yra rugpjūtį (10 pav.) – rugpjūčio grafikas yra siauriausias ir aukščiausias (funkcijos ekstremumas yra 0,074), o gruodžio – plačiausias ir žemiausias (funkcijos ekstremumas yra 0,011), jo sklaida didžiausia. Taip pat galime apibendrinti, kad kuo didesnis yra karšto vandens vartojimas, tuo žemesnis funkcijos ekstremumas ir tuo didesnė sklaida, o kuo mažesnis karšto vandens suvartojimas, tuo didesnis tikimybės tankio funkcijos ekstremumas, t. y. karšto vandens suvartojimo prognozavimas tuo tikslesnis, kuo mažiau yra vartojama karšto vandens. Tikimybės tankio funkcijos ekstremumo priklausomybė nuo karšto vandens suvartojimo pateikta 11 pav. Nubrėžus tarp ekstremumo taškų bendrą kreivės tendenciją matyti, kad  $R^2 = 0,9689$ , o kreivės lygtis mokykloms yra nusakoma funkcija:

$$y = 0,3308 x^{-0,8634} \quad (3)$$

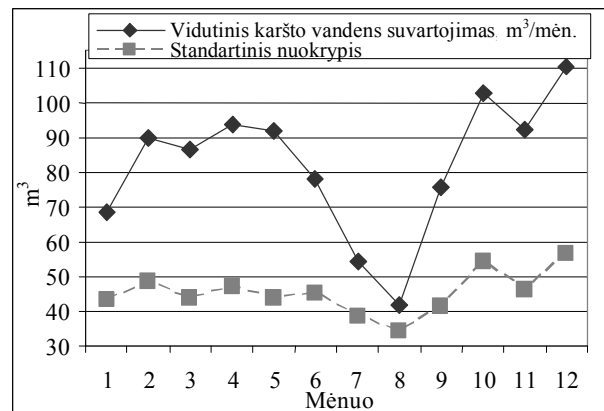


10 pav. Karšto vandens suvartojimo ( $m^3$ ) standartinis normalusis (Gauso) skirstinys 1–12 mėnesiais mokyklose



11 pav. Tikimybės tankio funkcijos ekstremumo priklausomybė nuo karšto vandens suvartojimo mokyklose

Atlikus darželių mėnesio karšto vandens vartojimo tyrimą nustatytas visų darželių bendras vidutinis mėnesio suvartojamo karšto vandens kiekis ( $m^3$ ) ir atitinkamai kiekvieno mėnesio standartinis nuokrypis. 12 pav. pateikti jų metinių pasiskirstymų dėsniai, nubrėžti priklausomybių nuo laiko funkcijos  $t$  grafikai  $\bar{G} = f(t)$  ir  $S = f(t)$ .

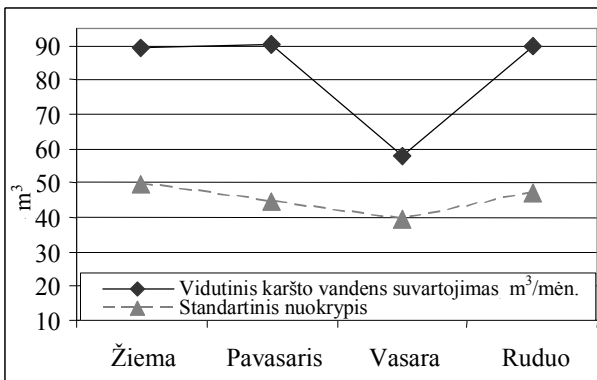


12 pav.  $\bar{G}$  ir  $S$  priklausomybių nuo laiko funkcijos  $t$  grafikai  $\bar{G} = f(t)$  ir  $S = f(t)$  priklausomai nuo metų mėnesio darželiuose

Darželiuose, kaip ir mokyklose, vidutinis karšto vandens vartojimas per metus taip pat kinta. Vasarą jis yra mažiausias ir minimalios reikšmės taip pat yra liepą ir rugpjūtį, kuriais vaikų skaičius darželiuose sumažėja. Mokyklose šiais mėnesiais vaikų skaičius tampa lygus 0, tačiau darželiuose kažkiek vaikų vis dėlto lieka. Liepą vidutinis suvartoto karšto vandens kiekis yra  $54,1 m^3$ , rugpjūtį  $41,8 m^3$ . Tai sudaro atitinkamai 66,0 ir 50,9% nuo bendro metinio  $82,0 m^3$  karšto vandens suvartojimo. Jei mokyklose vasarą vartojimas nuo bendro vidutinio suvartojimo rugpjūtį sumažėja net iki 14%, tai darželiuose rugpjūtį lieka net 50,9%, arba beveik 3 kartus, didesnis suvartojimas nei mokyklose, nes vaikų skaičius darželiuose iki 0 nesumažėja. Vienintelis lemiamas karšto vandens suvartojimo sumažėjimo kriterijus yra vaikų

skaičius, tačiau teigti, kad rugpjūtį darželiuose vaikų skaičius taip pat sumažėja iki 50,9%, negalime, nes vaikų skaičiui sumažėjus iki 0, suvartojimas nesumažės iki 0, kaip nesumažėja ir mokyklose.

Žiemą karšto vandens vartojimas didžiausias ir maksimali 110,2 reikšmė yra gruodį, tačiau nubrėžus grafiką priklausomai nuo metų sezono laikotarpio 13 pav. matyti, kad žiemos ir pavasario vartojimas beveik toks pat (skiriasi tik 1,2%), o rudens vartojimas mažesnis už žiemos tik 0,6%. 12 pav. pavaizduotas standartinis nuokrypis  $S$ , kuris, kitaip nei mokyklose, per metus praktiškai neatkartoja karšto vandens vartojimo kreivės. Galima pastebėti tik nežymią tendenciją, kad vasarą, rugpjūtį, standartinio nuokrypio 34,4 reikšmė yra mažiausia, o gruodį 56,6 reikšmė didžiausia, tačiau, kaip matyti 13 pav., vasaros mėnesių standartinis nuokrypis tik 20,5% mažesnis už žiemos, kai karšto vandens vartojimas mažesnis 35,3%. Taigi standartinio nuokrypio dydis skaitine reikšme nėra toks artimas vidutiniam nuokrypiui kaip mokyklose. Tai reiškia, kad darželiuose standartinis nuokrypis yra mažesnis nei mokyklose, o atitinkamai ir karšto vandens vartojimo reikšmių išsibarstymas mažesnis, lyginant tarp darželių. Vadinas, karšto vandens prognozavimas darželiuose gali būti atliktas kur kas tiksliau nei mokyklose.

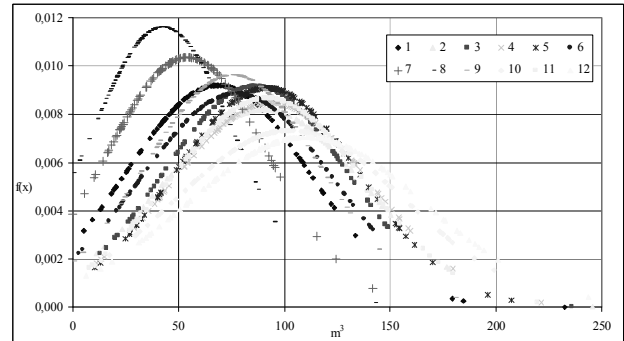


13 pav.  $\bar{G}$  ir  $S$  priklausomybių nuo laiko funkcijos  $t$  grafikai  $\bar{G} = f(t)$  ir  $S = f(t)$  priklausomai nuo metų sezono darželiuose

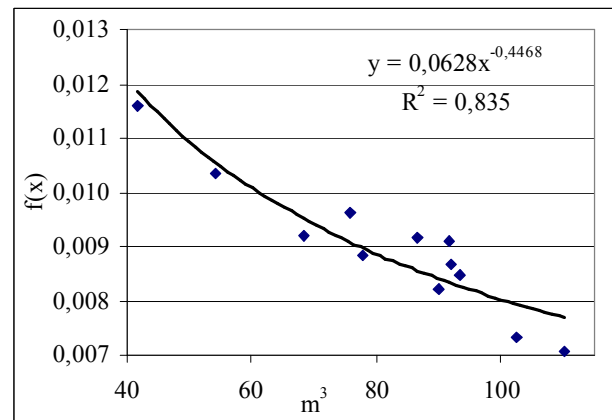
14 pav. yra pateiktas karšto vandens suvartojimo ( $m^3$ ) standartinis normalusis (Gauso) skirstinys 1–12 mėnesiais darželiuose. Mažiausias standartinis nuokrypis  $\sigma$ , kaip ir mokyklose, yra rugpjūtį (14 pav.) – rugpjūčio mėnesio grafikas yra siauriausias ir aukščiausias (funkcijos ekstremumas yra 0,012), o gruodžio mėnesio – plačiausias ir žemiausias (funkcijos ekstremumas yra 0,007), jo sklaida didžiausia. Taip pat galima apibendrinti, kad kuo didesnis yra karšto vandens vartojimas, tuo žemesnis funkcijos ekstremumas ir tuo didesnė sklaida, o kuo mažesnis karšto vandens suvartojimas, tuo didesnis tikimybės tankio funkcijos ekstremumas, t. y. karšto vandens suvartojimo prognozavimas tuo tikslesnis, ir tuo labiau didėja, kuo mažiau yra vartojama karšto vandens. Tikimybės tankio funkcijos ekstremumo priklausomybė nuo karšto vandens suvartojimo darželiuose

pateikta 15 pav. Jame matyti, kad nėra tokios griežtos tendencijos kaip mokyklose – mokyklose  $R^2 = 0,9689$ , o darželiuose tik  $R^2 = 0,835$ , kreivės lygtis darželiams yra:

$$y = 0,0628 x^{-0,4468} \quad (4)$$



14 pav. Karšto vandens suvartojimo ( $m^3$ ) standartinis normalusis (Gauso) skirstinys 1–12 mėnesiais darželiuose

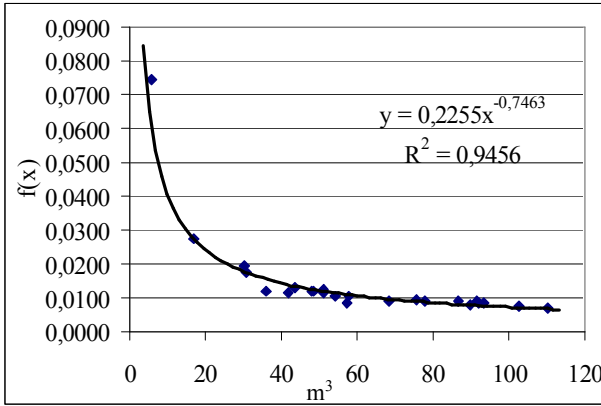


15 pav. Tikimybės tankio funkcijos ekstremumo priklausomybė nuo karšto vandens suvartojimo darželiuose

Kodėl skiriasi mokyklų ir darželių grupių  $R^2$  reikšmė, būtų galima pateisinti duomenų netikslumu, tačiau kodėl skiriasi kreivės lygtys, galima pabandyti nustatyti, nubrėžus mokyklų ir darželių tikimybės tankio ekstremumo priklausomybes nuo karšto vandens suvartojimo viename grafike (16 pav.). Čia matyti, kad šios kreivės yra vienos bendros kreivės sudėtinės dalys, kurios  $R^2 = 0,9456$  ir lygtis yra

$$y = 0,2255 x^{-0,7463} \quad (5)$$

Taigi galime apibendrinti, kad tiek mokyklų, tiek darželių tikimybės tankio ekstremumo priklausomybė karšto vandens suvartojimo yra ta pati, ir kuo didesnis yra karšto vandens vartojimas, tuo mažesnis funkcijos ekstremumas ir tuo didesnė sklaida, o kuo mažesnis karšto vandens suvartojimas, tuo didesnis tikimybės tankio funkcijos ekstremumas, t. y. karšto vandens suvartojimo prognozavimas tuo tikslesnis, kuo mažiau yra vartojama karšto vandens.



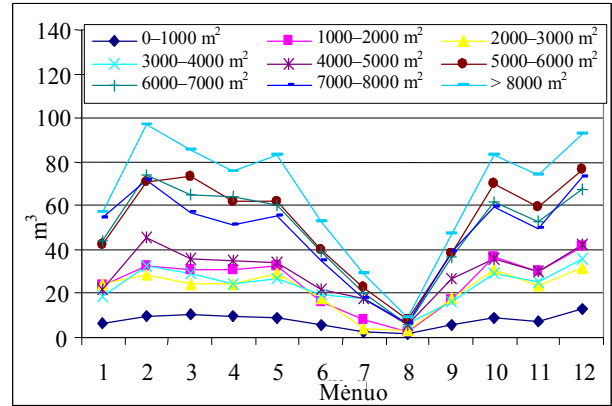
16 pav. Tikimybės tankio funkcijos ekstremumo priklausomybė nuo karšto vandens suvartojimo darželiuose ir mokyklose

#### 4. KARŠTO VANDENS VARTOJIMO PRIKLAUSOMYBĖ NUO OBJEKTŲ PLOTO

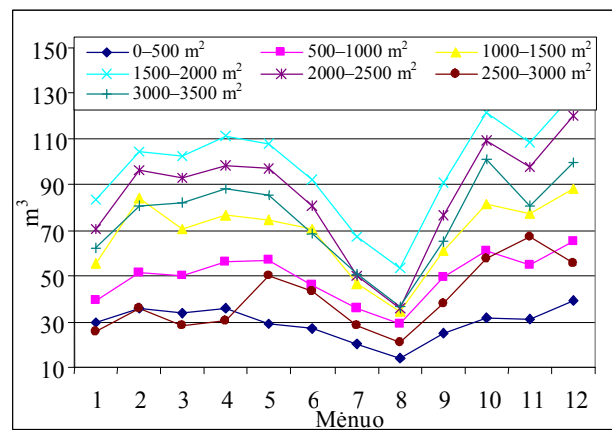
17 ir 18 pav. pateikti vidutiniai karšto vandens suvartojimai per metus objektuose, juos suskirsčius į grupes pagal plotus atskirai mokyklose ir darželiuose. Lygindami grafikus galime pastebėti, kad mokyklose vidutinis karšto vandens suvartojimas skirtingo ploto objektuose gali būti apibūdintas kreivėmis, kurios yra lygiagrečiai persitūmusios aukštyn arba žemyn priklausomai nuo objekto ploto, tačiau nepriklausomai nuo objektų ploto visos kreivės vasarą, rugpjūtį, suvedamos praktiškai į vieną tašką, kuris tampa beveik lygus visuose objektuose. Darželiuose vidutinis karšto vandens suvartojimas skirtingo ploto objektuose gali būti apibūdintas kreivėmis, kurios yra lygiagrečiai persitūmusios aukštyn arba žemyn priklausomai nuo objekto ploto, tačiau kitaip nei mokyklose, darželiuose vartojimas vasarą iki vieno taško nesumažėja, o objektų grafikai turi panašias tendencijas ir yra persitūmę vertikaliai aukštyn arba žemyn. Taip yra todėl, kad mokyklose mokinių skaičius vasarą sumažėja iki nulio, o darželiuose vaikų skaičius sumažėja tik tam tikra procentine dalimi visuose objektuose, nepriklausomai nuo jų ploto, bet ne iki nulio. Mokyklose rugpjūtį karšto vandens suvartojama 14,4%, mokinių skaičius lygus 0, todėl šis skaičius priskirtinas mokyklos ūkiniams poreikiams tenkinti. Galime teigti, kad ir darželiuose, jei vaikų skaičius taptų 0, karšto vandens suvartojimas taptų 14,4% arba atitinkamai 11,8 m<sup>3</sup>. Vadinasi, galime išvesti procentinį dydį, kiek procentų vaikų skaičius sumažėja vasarą. Vidutinis karšto vandens suvartojimas darželiuose yra 82,0 m<sup>3</sup>. Tuomet už likusį 82,0–11,8 = 70,2 m<sup>3</sup> karšto vandens kiekį tiesiogiai atsakingi vaikai darželiuose. Darželiuose rugpjūtį suvartojama 41,8 m<sup>3</sup>, o už 41,8–11,8 = 30,0 m<sup>3</sup> atsakingi tiesiogiai vaikai. 30,0 m<sup>3</sup> sudaro 42,7% nuo 70,2 m<sup>3</sup>, todėl galime teigti, kad darželiuose vasarą vaikų skaičius sumažėja ne iki 0, kaip mokyklose, o iki 42,7%.

#### 5. IŠVADOS

Karšto vandens sąnaudų tyrimo rezultatai Vilniaus miesto mokyklose ir darželiuose leidžia padaryti šias išvadas:



17 pav. Vidutinis karšto vandens suvartojimas per metus skirtingose objektų grupėse pagal plotą mokyklose



18 pav. Vidutinis karšto vandens suvartojimas per metus skirtingose objektų grupėse pagal plotą darželiuose

1. Vidutinis mėnesio karšto vandens suvartojimas ugdymo įstaigose yra 0,087 l/m<sup>2</sup>. Vidutinis karšto vandens vartojimas per metus kinta. Vasarą jis yra mažiausias, o minimali 0,036 l/m<sup>2</sup> reikšmė yra rugpjūtį. Žiemą karšto vandens vartojimas didžiausias ir maksimali 0,119 l/m<sup>2</sup> reikšmė yra gruodį. Žiemos ir pavasario vartojimas keičiasi nežymiai, tik 0,1%.

2. Vidutinė mėnesio standartinio nuokrypio reikšmė ugdymo įstaigose yra 44,8. Standartinis nuokrypis, kaip ir vidutinis karšto vandens vartojimas, per metus kinta. Vasarą jis mažiausias, minimali 31,5 reikšmė rugpjūtį, didžiausias žiemą, maksimali 55,8 reikšmė yra gruodį. Pavasario vartojimas nuo žiemos vartojimo skiriasi nedaug, o skirtumas sudaro tik 1,8%.

3. Standartinio nuokrypio kreivė per metus pakartoja vidutinio karšto vandens vartojimo kreivės tendencijas. Standartinio nuokrypio vidutinė metinė reikšmė yra tik 28,9% mažesnė nei karšto vandens suvartojimo vidutinė metinė reikšmė. Santykinai didelė standartinio nuokrypio reikšmė, lyginant su vidutinio karšto vandens vartojimo reikšme, rodo, kad yra pakankamai didelis vidutinio karšto vandens vartojimo reikšmių išsibarstymas, lyginant tarp atskirų objektų.

4. Atlikus karšto vandens suvartojimo skirtingais metų mėnesiais tikimybės tankio funkcijos ekstremumo anali-



zę nustatyta, kad kuo didesnis yra karšto vandens vartojimas (pavyzdžiui, gruodį), tuo žemesnis Gauso skirstinio tikimybės tankio funkcijos ekstremumas ir tuo didesnė reikšmių sklaida, o karšto vandens suvartojimo prognozavimas tuo tikslesnis, kuo mažiau vartojama karšto vandens. Tikimybės tankio funkcijos ekstremumų priklausomybės nuo suvartoto karšto vandens kiekio tendencija yra apibūdinama lygtimi  $y = 0,2255 x^{-0,7463}$  (5 lygtis), o šios lygties  $R^2 = 0,9456$ .

Gauta 2006 04 11

Parengta 2006 10 30

#### Literatūra

1. Masaitis S., Kveselis V. Karšto vandens tiekimo kokybės užtikrinimas kintant apkrovai // Energetika. 2004. Nr. 4. P. 36–39.
2. Grigonienė J., Kveselis V., Tamonis M. Šilumos poreikių gyvenamuosiuose pastatuose analizė pagal šilumą tiekiančios įmonės duomenis // Energetika. 2004. Nr. 4. P. 29–35.
3. Strazdas D., Kveselis V., Urbonas P. Šilumos ir karšto vandens tiekimo sistemos rekonstrukcija // Energetika. 2004. Nr. 1. P. 78–83.
4. Miškinis V., Konstantinavičiūtė I., Norvaiša E., Deksnys R. Energijos poreikių namų ūkių sektoriuje prognozės // Energetika. 2004. Nr. 1. P. 17–24.
5. Grigonienė J., Kveselis V., Lisauskas A., Tamonis M. Išorinių veiksnių, sąlygojančių centralizuotai tiekiamos šilumos poreikius gyvenamuosiuose namuose, analizė // Energetika. 2005. Nr. 2. P. 28–35.
6. Aksomaitis A. Tikimybių teorija ir statistika. Kaunas: Technologija, 2000. P. 189–195.

Romanas Savickas, Alfonsas Skrinška

#### ANALYSIS OF HOT WATER CONSUMPTION UNSTEADINESS PROBABILITY

S u m m a r y

The article presents a statistical analysis of hot water consumption according to Gauss distribution in schools and preschools educational institutions. The hot water consumption tendency during the year in these objects and standard deviations depending on their type and size are shown. The hot water consumption tendency during a year has no linear shape; in December it reaches the maximum and in August the minimum point. The annual standard deviation tendency repeats hot water consumption tendencies.

**Key words:** hot water, hot water consumption, standard deviation

Романас Савицкас, Алфонсас Скринска

#### АНАЛИЗ ВЕРОЯТНОСТИ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПОТРЕБЛЕНИЯ ГОРЯЧЕЙ ВОДЫ

Р е з ю м е

В статье рассматривается статистический анализ среднего потребления горячей воды в школьных и дошкольных учреждениях по методу Гаусса. Установлены тенденции потребления горячей воды в течение года и стандартные отклонения в учреждениях в зависимости от их типа и площади. Анализ показал, что тенденции потребления горячей воды в течение года имеют нелинейную форму, в декабре она самая большая, в августе – самая маленькая. Тенденции стандартных отклонений по форме близки к тенденциям потребления горячей воды в течение года.

**Ключевые слова:** горячая вода, потребление горячей воды, стандартные отклонения