

# Elektros energetikos sistemos su vėjo elektrinėmis matematinis modeliavimas

**Virginijus Radziukynas,**

**Antanas Nemura**

*Lietuvos energetikos institutas,  
Sistemų valdymo ir automatizavimo  
laboratorija, Breslaujos g. 3,  
LT-44403 Kaunas  
El. paštas: virginijus@mail.lei.lt*

**Albertas Nargėlas**

*Kauno technologijos universitetas,  
Elektros sistemų katedra,  
Studentų g. 48, LT-51367 Kaunas*

Šiuo metu daugelis sukurtų elektros energetikos sistemos matematinių modelių yra skirti maždaug iki dešimties minučių pereinamųjų procesų skaičiavimams, kuriuose dažniausiai neįvertinami dažnio ir galios reguliavimo algoritmai, apkrovos kitimas bei vėjo elektrinių parkų darbas, o tie modeliai, kurie įvertina šiuos veiksnius, skirti apytiksliams skaičiavimams. Straipsnyje pateikiamas elektros energetikos sistemos, kai joje veikia vėjo elektrinių parkai, matematinis modelis, kuris leidžia tyrinėti ilgus pereinamuosius procesus, įvertinant vėjo elektrinių darbą, apkrovos kitimą, įvairius dažnio ir galios reguliavimo algoritmus.

**Raktažodžiai:** elektros energetikos sistema, matematinis modelis, turbina, vėjo elektrinė, dažnis, aktyvioji galia

## 1. ĮVADAS

Elektros energetikos sistemos (EES) modeliavimas buvo ir yra viena svarbiausių sistemose vykstančių procesų tyrimo priemonių sričių. Modeliavimo programos naudojamos alternatyviems sprendimams, taikytiniems EES studijavimui ar avarinių jau įvykusių procesų analizei, aiškinantis, kaip jų išvengti ateityje. Analizuojant EES procesus, reikia turėti atitinkamus modelius. Tai reiškia, kad modelis turi būti pakankamai detalizuotas, kad apibūdintų EES elementų elgseną ir atitiktų studijos ar modeliavimo tikslą. Šiandien EES dažnai veikia arti savo galimybių ribų, ir šiomis sąlygomis žinios apie sistemą yra ypač svarbios. Pastaraisiais metais keletas didelių sisteminių avarių įvyko iš dalies dėl žinių trūkumo apie EES dinaminis procesus [1].

Pertvarkant elektros energetikos sektorių, ateityje kiekvienas valdymo rajonas turės dalyvauti reguliuojant pirminį ir antrinį dažnį bei galią. Šiuo metu Lietuvos elektros energetikos sistema (LEES) dalyvauja antriniame dažnio reguliavime be dažnio korekcijos, t. y. palaiko leistiną tarpsteminį galių balansą. Jungtinėje elektros energetikos sistemoje (JEES), kurios sudėtyje yra ir LEES, antrinį dažnio reguliavimą atlieka Rusijos elektros energetikos sistemos Volgos kaskado elektrinės. Ateityje numatomas JEES lygiagretus darbas su UCTE, todėl reikėtų įvertinti situaciją, kai LEES dirba JEES ir izoliuotos Baltijos elektros energetikos sistemos (BEES) sudėtyje. Dėl šios priežasties aktualu įvertinti dažnio nuokrypių priklausomybę nuo vartotojų apkrovos ir generuojamos galios kitimo JEES ir izoliuotoje

BEES, kartu ir LEES bei jų įtaką sistemos darbui, t. y. generacijos šaltiniams bei perdavimo linijoms.

Norint atlikti dažnio ir galios valdymo algoritmų tinkamumo ir galimų dažnio nuokrypių tyrimą, būtina turėti tikslus ir patogius naudoti didelių ir mažų elektros energetikos sistemų (EES) matematinius modelius, nusakančius realių padėtų jungtinėje sistemoje. Atsižvelgiant į tai, kad netolimoje ateityje vis daugiau dirbs vėjo elektrinių parkų (VEP), iškyla būtinybė spręsti VEP modeliavimo klausimus, kur svarbų vaidmenį vaidina vėjo greičio kitimo modeliai, įvertinantys vėjo elektrinių (VE) išdėstymą teritorijoje, vėjo greitį, kryptį ir jo turbulentiškumą. Tačiau dėl šių modelių sudėtingumo ir dažnai nepakankamo vėjo kitimo duomenų kiekio reikia paprastesnių sprendimo būdų, kurie padėtų įvertinti VE generacijos įtaką ne tik VEP, bet ir visos EES funkcionavimui.

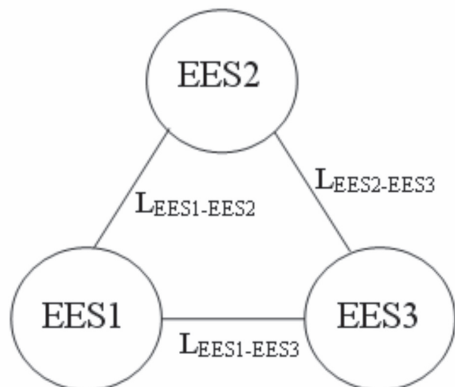
Šiame straipsnyje pateikiamas LEES matematinis modelis. Mūsų tikslas yra pasiūlyti supaprastintą EES modelį, kuris atitiktų keliamus reikalavimus bei sudarytų galimybes ištirti dažnio ir galios reguliavimo procesus EES su vėjo elektrinėmis.

## 2. DIDELIŲ IR MAŽŲ EES MATEMATINIAI MODELIAI

Modeliuojant dinaminis EES procesus, reikia turėti modelius, kurie atspindėtų realių elementų esmines savybes ir rezultatai adekvačiai atspindėtų realioje EES vykstančius procesus, tačiau pats matematinis modelis būtų kuo paprastesnis.

Šiame straipsnyje pateikiami EES ir VE matematiniai modeliai, kurie gali būti naudojami modeliuojant dideles ir mažas

EES. Tai pasiekama naudojant stambesnius blokus, kuriuose galima keisti modelio elementų detalizavimą priklausomai nuo tyrimo tikslo. Modelio struktūrinė schema parodyta 1 paveiksle.



1 pav. EES modelio struktūrinė schema

EES modelio struktūrinėje schemoje pažymėta: EES1, EES2, EES3 – elektros energetinės sistemos, kurios tarpusavyje sujungtos apibendrintomis perdavimo linijomis  $L_{EES1-EES2}$ ,  $L_{EES1-EES3}$ ,  $L_{EES2-EES3}$ .

Modeliuojant realią JEES, kurios sudėtyje yra Rusijos EES, Baltarusijos EES, Ukrainos EES, Lietuvos EES (LEES), Latvijos EES ir Estijos EES, bei izoliuotą BEES, kurios sudėtyje yra LEES, Latvijos EES ir Estijos EES ir Kaliningrado srities EES, 1 paveiksle parodytame modelyje EES1 žymi LEES, EES2 – Latvijos EES, Estijos EES ir Kaliningrado srities EES, EES3 – Rusijos EES, Baltarusijos EES ir Ukrainos EES,  $L_{EES1-EES2}$ ,  $L_{EES1-EES3}$ ,  $L_{EES2-EES3}$  žymi apibendrintas perdavimo linijas, jungiančias atitinkamas EES.

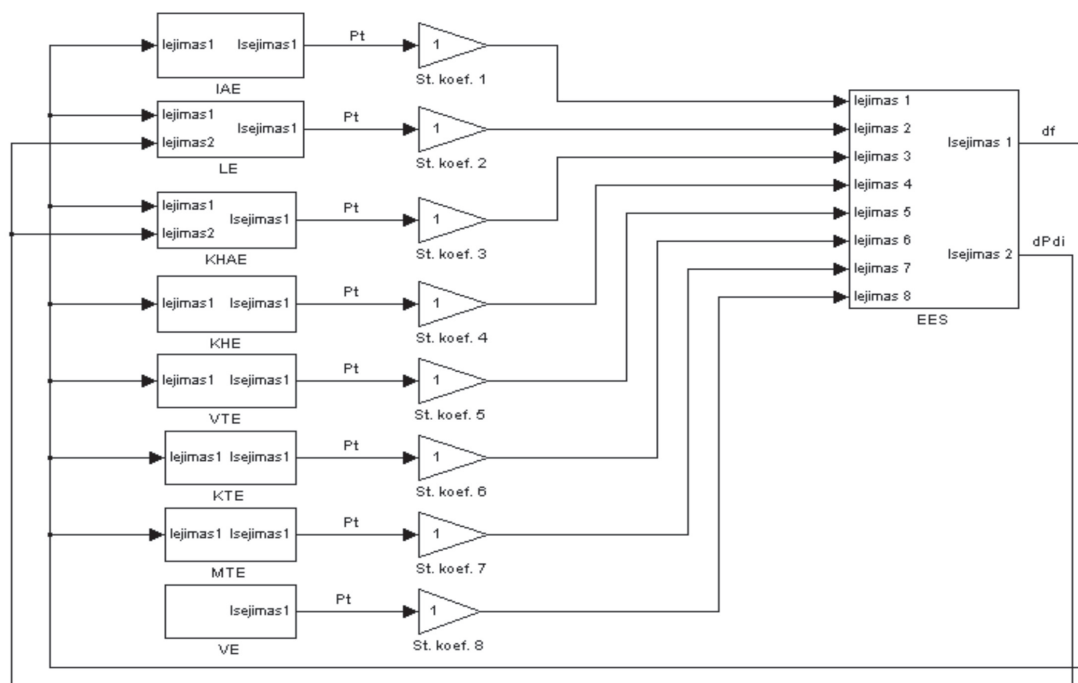
Čia pateikiamus matematinius modelius, sukurtus naudojantis MATLAB / SIMULINK programiniu paketu, numatoma panaudoti dažnio ir aktyviosios galios reguliavimo procesams tirti.

Tiriant EES procesus, patogiausia sistemą išskaidyti į tipines dinamines grandis, sujungtas pagal tam tikrą struktūrinę schemą. Iš tipinių grandžių sudaryta struktūra atspindi aprašančias lygtis ir sudaro jos modelį. EES yra daugiamatė automatinio reguliavimo sistema (ARS) su neigiamais grįžtamais ryšiais pagal dažnį ir galią. Lietuvos EES tiesinio matematinio modelio struktūrinė schema, kurioje kiekviena Lietuvos elektrinė pavaizduota vienu sistemos elementu, parodyta 2 paveiksle. 1–8 stiprinimo koeficientai gali būti lygūs 1 arba 0, kai 1 – atitinkama elektrinė įjunga, kai 0 – išjungta,  $df$  – dažnio nuokrypis,  $dP_{di}$  – manipuliavimo dydis, koreguojantis antrinio reguliatoriaus generatorius.

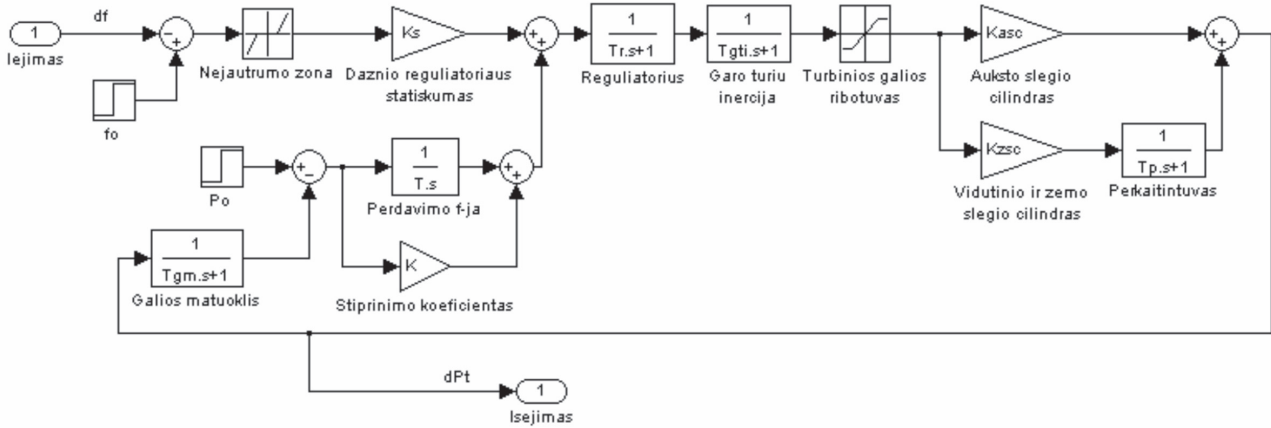
Sudarant EES elementų modelius, būtina tinkamai parinkti jų struktūrą ir dinaminis procesus atspindinčias grandis. Dažnio ir aktyviosios galios procesai yra pakankamai ilgi, todėl žadinimo reguliatorių ir žadintuvų įtaka dažnio ir galios kitimo procesams yra nereikšminga, ir šiuo atveju jų modeliai nėra naudojami. EES, kuriose yra maži generuojamos reaktyviosios galios rezervai, lyginant su apkrova, būtina įvertinti žadintuvų ir jų reguliatorių įtaką. Sumažėjus dažniui, sumažėja žadintuvo sukimosi greitis, todėl, net ir pradėjus veikti automatiniam žadinimo reguliatoriui ir pakėlus įtampą iki maksimalios reikšmės žadintuve, dėl sumažėjusio rotoriaus sukimosi greičio sumažėja įtampa generatoriaus gnybtuose. Šiuo metu LEES yra pakankami generuojamos reaktyviosios galios rezervai, kurie gali kompensuoti įtampos pokyčius.

EES dažnio ir galios reguliavimo dinaminis modelis susideda iš hidroturbinų, garo ir vėjo turbinų bei jų reguliatorių, taip pat generatorių ir apkrovos modelių [2, 3].

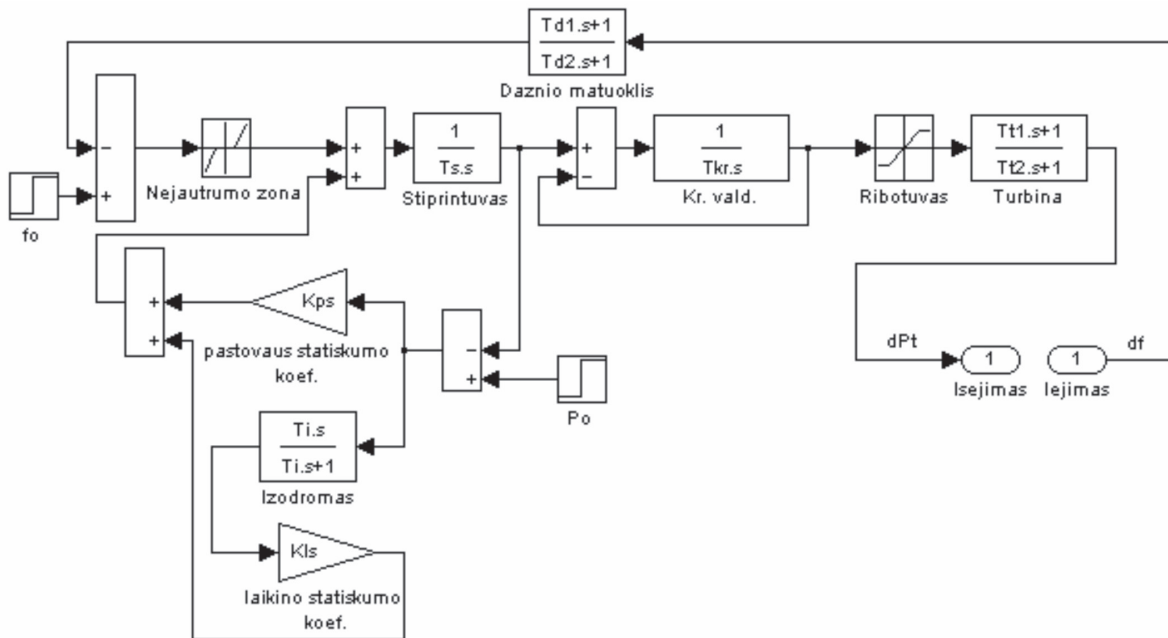
Lietuvos elektrinių garo turbinų reguliavimo sistemos yra panašios. Jas sudaro dažnio ir galios reguliatoriai bei garo turbinos su dviem perkaitinimo pakopomis. Garo turbinos reguliavimo modelis parodytas 3 paveiksle [3]. Modelyje pažymėta:  $K_s$  – dažnio reguliatoriaus statizmo koeficientas,  $K_{asc}$  – aukšto slėgio cilindro stiprinimo koeficientas,  $K_{zsc}$  – vidutinio ir žemo slėgio cilindro stiprinimo koeficientas,  $K$  – aktyviosios galios re-



2 pav. LEES modelio struktūrinė schema



3 pav. Garo turbinos reguliavimo sistemos modelis



4 pav. HAE dažnio ir galios reguliavimo sistemos modelis

guliavimo kanalo stiprinimo koeficientas,  $T_r$  – regulatoriaus laiko pastovioji,  $T_{gti}$  – garo tūrių inercijos laiko pastovioji,  $T_p$  – perkaitintuvo laiko pastovioji,  $T_{gm}$  – aktyvios galios matuoklio laiko pastovioji,  $T$  – aktyvios galios reguliavimo kanalo laiko pastovioji,  $f_0$  – nustatytas dažnis,  $P_0$  – nustatyta galia.

LEES yra dvi didesnės hidroelektrinės – Kruonio hidroakumuliacinė elektrinė (KHAE) ir Kauno hidroelektrinė. Pirmosios reguliavimo sistemos yra pakankamai modernios, o antrosios – pasenusios ir susidėvėjusios.

HAE agregato dažnio ir aktyviosios galios reguliavimo sistemos modelis parodytas 4 paveiksle. Modelyje pažymėta:  $T_{d1}$ ,  $T_{d2}$  – dažnio matuoklio laiko pastoviosios,  $T_s$  – stiprintuvo laiko pastovioji,  $T_{kr}$  – servo variklio laiko pastovioji,  $T_{t1}$ ,  $T_{t2}$  – turbinos laiko pastoviosios,  $T_{i1}$  – izodromo laiko pastovioji,  $K_{ps}$  – pastovaus statizmo stiprinimo koeficientas,  $K_{ls}$  – laikino statizmo stiprinimo koeficientas,  $f_0$  – nustatytas dažnis,  $P_0$  – nustatyta galia.

Panaudojant tipines dinamines grandis aprašomos likusių EES, esančių JEES sudėtyje, elektrinės. Jų modelių parametrai parinkti remiantis literatūra [3].

EES antrinis reguliavimas gali būti atliekamas pagal integruojantį ir proporcinį arba tik pagal integruojantį poveikį, bendruoju atveju išreiškiamą pagal formulę:

$$\Delta P_{di} = -\beta_i \cdot RVP_i - \frac{1}{T_i} \int RVP_i \cdot dt; \quad (1)$$

čia  $\beta_i$  –  $i$ -ojo valdymo rajono antrinio regulatoriaus proporcinis stiprinimo koeficientas,

$T_i$  –  $i$ -ojo valdymo rajono antrinio regulatoriaus integravimo laiko pastovioji.

Taikant tarpsteminį galių balanso metodą, rajono valdy-mo paklaida apskaičiuojama pagal formulę:

$$RVP_i = \Delta P_i; \quad (2)$$

čia  $\Delta P_i$  –  $i$ -ojo valdymo rajono tarpsteminį linijų suminės aktyviosios galios nuokrypis.

Taikant šį metodą, antrinis regulatorius atstato suminius tarpsteminis aktyviosios galios srautus, bet dažnio reguliavime

nedalyvauja. Dažnį turi reguliuoti atskiras valdymo rajonas arba blokas pagal dažnio stabilizavimo metodą, arba valdymo rajonai, taikantys sisteminės charakteristikos metodą.

Taip pat antrinis reguliavimas gali būti atliekamas naudojant tarpsteminį galių balanso metodą su dažnio korekcija. Šio metodo ypatumas yra tai, kad taikant tarpsteminį galių balanso metodą, atstatomi suminiai tarpsteminį galių srautai ir nedalyvaujama dažnio reguliavime, dažniui nepasiekus tam tikros neveikimo zonos. Kai dažnio nuokrypis viršija nustatytą neveikimo zoną, reguliavimas atliekamas stabilizuojant dažnį, taip prisidedama prie EES dažnio atstatymo.

Taikant dažnio stabilizavimo metodą, rajono valdymo paklaida apskaičiuojama pagal formulę:

$$RVP_i = \Delta f; \quad (3)$$

čia  $\Delta f$  – EES dažnio nuokrypis.

Atliekant antrinį reguliavimą, šis metodas gali būti taikomas vienam valdymo rajonui ar blokui, kuris palaiko dažnį nustatytose ribose.

Taikant sisteminės charakteristikos metodą, rajono valdymo paklaida apskaičiuojama pagal formulę:

$$RVP_i = \Delta P_i + K_i \cdot \Delta f; \quad (4)$$

čia  $\Delta P_i$  –  $i$ -ojo valdymo rajono tarpsteminį linijų suminės aktyviosios galios nuokrypis,

$K_i$  – koeficientas, nustatytas  $i$ -ojo valdymo rajono antriniam reguliatoriui,

$\Delta f$  – EES dažnio nuokrypis.

Taikant šį metodą, antrinis reguliatorius atstato EES dažnį bei tarpsteminį galių srautus, užtikrina aukštą reguliavimo kokybę ir minimizuoja valdymo rajonų tarpusavio sąveiką.

Antrinio galios ir dažnio reguliatoriaus modelis pavaizduotas 5 paveiksle.

Pirmasis įėjimas yra dažnio nuokrypis ( $df$ ), antrasis ir trečiasis – galios nuokrypiai tarpsteminėse linijose ( $dP_{12}$ ,  $dP_{13}$ ). Siekiant sumažinti reguliatoriaus reagavimą į atsitiktinius galios svyravimus, yra nustatoma neveikimo zona. Taip pat neveikimo zona gali būti nustatoma dažnio nuokrypio kanale arba filtruojant atsitiktines dedamąsias. Koeficientas  $K_i$  turėtų būti lygus sistemos dažninės charakteristikos statumui. Sumatoriuje „Sumatorius 2“ galutinai suformuojama RVP. Atsižvelgus į reguliavimo algoritmą, RVP signalas siunčiamas į integratorių ir į

proporcinę grandį arba tik į integratorių, ir taip suformuojamas manipuliavimo dydis  $dP_{di}$ , koreguojantis  $i$ -ojo valdymo rajono generatorių, dalyvaujančių atliekant antrinį reguliavimą, generaciją. Vėlinimas įvertina telematavimų uždelimą, t. y. išmatuoto signalo vėlinimą, taip pat antrinio reguliavimo sistemos įėjimo duomenų apdorojimo, sprendimo priėmimą bei signalo  $dP_{di}$  perdavimo televaldymo kanalais elektrinėms trukmę.

Tyrinėjant EES procesus didelę įtaką turi generatorių ir apkrovų matematiniai modeliai, atspindintys jų dinamines charakteristikas.

Generatorius mechaninę energiją paverčia elektrine, mechaninės energijos šaltinis gali būti garo, vandens ar vėjo turbina.

Besisukančių variklių mechaninės lygtys remiasi inercijos lygtimi. Dažnio ir aktyviosios galios reguliavimo procesams tirti generuojantys vienetai yra modeliuojami tiesinėmis diferencialinėmis lygtimis, kurios apibūdina reakciją į trikdžius. Inercijos lygtys susieja įrenginio rotoriaus momento kampą su pagreitinimo momentu, kuris apibrėžiamas skirtumu tarp veleno momento ir elektromagnetinio momento. Pastovus įrenginio veleno greitis (angl. *shaft speed*) palaikomas išlaikant pusiausvyrą tarp mechaninio veleno ir stabdymo elektrinio momento. Bet kuris nebalansas tarp momentų sukelia įrenginio pagreitėjimą ar lėtėjimą.

$$M_{pag} = J \frac{d^2 \delta_m}{dt^2} = M_{mech} - M_{elek}; \quad (5)$$

čia  $M_{pag}$  – greitėjimo momentas N·m (angl. *accelerating torque*),

$J$  – suminis generatoriaus ir turbinos inercijos momentas Kg · m<sup>2</sup> (angl. *combined moment of inertia of the generator and turbine*),

$\delta_m$  – rotoriaus mechaninio momento kampas rad (angl. *mechanical torque angle of the rotor*),

$t$  – laikas s,

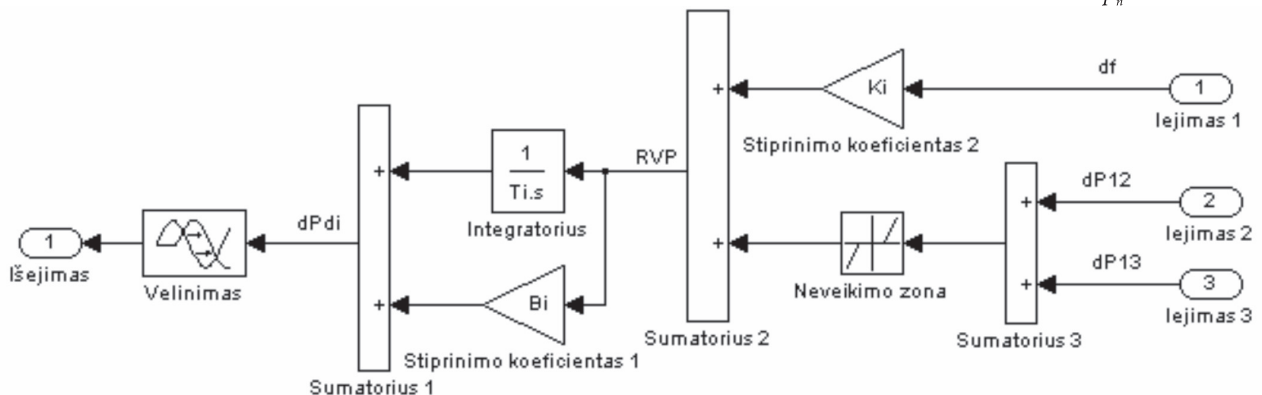
$M_{mech}$  – mechaninis momentas N · m (angl. *mechanical torque*),

$M_{elek}$  – elektrinis momentas N · m (angl. *electrical torque*).

Mechaninis kampinis greitis  $\omega_m$  (angl. *mechanical angular velocity*) yra rotoriaus mechaninio momento kampo laiko išvestinė. Tuomet (5) lygtį galima užrašyti:

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = M_{mech} - M_{elek}. \quad (6)$$

Rotoriaus elektrinis kampinis greitis  $\omega$  rad/s yra susijęs su rotoriaus mechaniniu kampiniu greičiu –  $\omega = \frac{\omega_m}{p_n}$ ; čia  $p_n$  yra ge-



5 pav. Antrinio galios ir dažnio reguliatoriaus modelis

neratoriaus polių skaičius. Judėjimo lygtis santykiniais vienetais gali būti užrašyta naudojant elektrinį rotoriaus kampinį greitį rad/s:

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_{mech} - M_{elek} . \quad (7)$$

Geriau (7) priklausomybę išreikšti per mechaninę ir elektrinę galią nei per momentus. Kadangi galia lygi momentui, padauginant iš kampinio greičio  $P = T\omega$ , tai esant mažiems svyravimams, galima nevertinti aukštesnės eilės narių:

$$\Delta P = \omega_0 \Delta M + M_0 \Delta \omega . \quad (8)$$

Be to,

$$\Delta P_m - \Delta P_e = \omega_0 (\Delta M_{mec} - \Delta M_{elek}) + (M_{mec0} - M_{elek0}) \Delta \omega . \quad (9)$$

Stabilios būsenos mechaninis momentas yra lygus elektriniam ( $M_{mec} \cong M_{elek}$ ) Sujungus (7) ir (8) lygtis ir panaudojus Laplaso transformaciją, rotoriaus greičio pokytis santykiniais vienetais  $\Delta \omega$  gali būti užrašomas kaip mechaninės ir elektrinės galios nuokrypio funkcija:

$$\Delta P_m - \Delta P_e = Js \Delta \omega ; \quad (10)$$

čia  $s$  – Laplaso operatorius.

EES suminė apkrova susideda iš įvairių elektros prietaisų. Buitinė apkrova kaip apšvietimas ar šildymas praktiškai nepriklauso nuo dažnio. Variklių atveju elektrinė galia priklauso nuo dažnio, kurio kitimas sąlygoja variklių greičio pokyčius. Bendroji suminės apkrovos dažninė charakteristika gali būti išreikiama:

$$\Delta P_e = \Delta P_a + D \Delta \omega ; \quad (11)$$

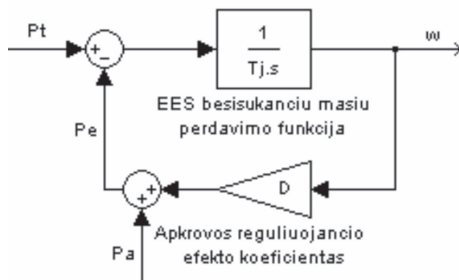
čia  $\Delta P_a$  – dažniui nejautrios apkrovos pokytis,

$D \Delta \omega$  – dažniui jautrios apkrovos pokytis,

$D$  – apkrovos slopinimo koeficientas arba apkrovos reguliavimo efekto koeficientas.

Generatoriams ir apkrovoms naudojamas supaprastintas modelis (6 pav.) [2]. Modelyje pažymėta:  $P_t$  – turbinos galia,  $P_e$  – generatoriaus elektrinė apkrova,  $P_a$  – apkrovos galios kitimas,  $w$  – kampinis dažnis.

EES besisukančios masės (generatoriai, varikliai ir sinchroniniai kompensatoriai) modeliuojamos integruojančia grandimi. Vidutinė EES mechaninės inercijos laiko pastoviosios  $T_j$



6 pav. Supaprastintas generatoriaus ir apkrovos modelis

reikšmė kinta maždaug nuo 10 iki 20 sekundžių [4], ji apskaičiuojama pagal išraišką [2, 5]:

$$T_j = \frac{\left( \sum_{i=1}^n T_{JGi} P_{Gi} + \sum_{i=1}^m T_{JVi} P_{Vi} \right)}{\sum_{i=1}^n P_{Gi}} ; \quad (12)$$

čia  $T_{JGi}$  –  $i$ -ojo agregato mechaninės inercijos laiko pastovioji,

$P_{Gi}$  –  $i$ -ojo agregato vardinė aktyvioji galia,

$T_{JVi}$  –  $i$ -ojo variklio ar sinchroninio kompensatoriaus mechaninės inercijos laiko pastovioji,

$P_{Vi}$  –  $i$ -ojo variklio ar sinchroninio kompensatoriaus vardinė aktyvioji galia.

Apkrovos dažninę charakteristiką galima modeliuoti proporcinge grandimi, jos koeficiento reikšmė JEES gali kisti nuo 0,9 iki 3,5 [2]. Skaičiuodami laikysime, kad apkrovos slopinimo koeficiento  $D$  reikšmė apytiksliai lygi 2 [2, 6].

Apkrovos kitimas modeliuojamas taikant pirmos eilės autoregresinį (AR) [11] matematinį modelį:

$$A(q, b)y(t) = e(t); \quad (13)$$

čia  $q$  – postūmio operatorius,

$A(q, b)$  – postūmio operatoriaus polinomas,

$y(t)$  – išėjimo signalas (realios apkrovos kitimas),

$t$  – diskretinis laikas,  $t = 1, 2, \dots, n$ .

$e(t)$  – baltasis triukšmas.

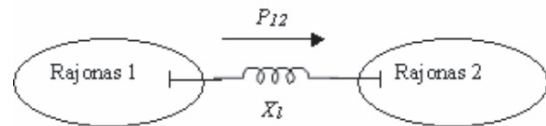
Postūmio operatoriaus polinomo išraiška gaunama taikant diskretinės identifikacijos metodą. Identifikacijai naudotas apkrovos kitimo signalas, gautas pasyvaus eksperimento metu ir apskaičiuotas pagal išraišką:

$$y(t) = \check{p}(t) - \hat{p}(t); \quad (14)$$

čia  $\check{p}(t)$  – apkrovos kitimas realioje EES,

$\hat{p}(t)$  – apkrovos kitimo realioje EES trendas.

Ekvivalentinės elektros perdavimo linijos modelis parodytas 7 paveiksle. Jame pavaizduota EES, susidedanti iš dviejų rajonų, tarpusavyje sujungtų ekvivalentine elektros perdavimo linija, kuri turi reaktyviąją varžą  $X_l$ . Analizuojant dažnio ir aktyviosios galios reguliavimo procesus, kiekvienas rajonas gali būti vaizduojamas kaip generuojantis vienetas. Tokie modeliai yra priimtini, kai neatsižvelgiama į svyravimus, esančius tarp įrenginių tame pačiame rajone.

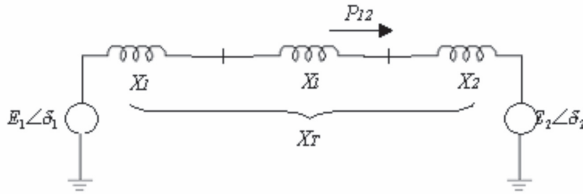


7 pav. Dviejų rajonų EES

8 paveiksle pavaizduota EES elektrinė schema, kurioje rajonus vaizduoja generatoriai, tarpusavyje sujungti linija. Galios srautas, tekantis ekvivalentine elektros perdavimo linija iš pirmo rajono į antrą, apskaičiuojamas pagal išraišką:

$$P_{12} = \frac{E_1 E_2}{X_T} \sin(\delta_1 - \delta_2) ; \quad (15)$$

čia  $E_i$  –  $i$ -ojo generatoriaus elektrovaros jėga,  $X_T$  – suminė reaktyvioji varža, kuri susideda iš generatorių ir perdavimo linijos reaktyviųjų varžų,  $\delta_i$  –  $i$ -ojo generatoriaus rotoriaus kampas sukamojo magnetinio lauko polių atžvilgiu,  $i = 1, 2$ .



8 pav. Sistemos elektrinė schema

Ekvivalentine perdavimo linija tekančio galios srauto pokytį galima užrašyti:

$$\Delta P_{12} = Tm \Delta \delta_{12}; \quad (16)$$

čia  $\delta_{12} = \delta_1 - \delta_2$  yra kampo pokytis, apskaičiuojamas integruojant kampinio greičio skirtumą tarp dviejų generatorių,  $Tm$  – sinchronizacijos momento koeficientas, apskaičiuojamas pagal išraišką [7]:

$$Tm = \frac{E_1 E_2}{X_T} \cos(\delta_{10} - \delta_{20}). \quad (17)$$

Sudarant JES perdavimo linijų matematinius modelius, elektrovaros jėgos ( $E_1, E_2$ ) ir kampai ( $\delta_{10}, \delta_{20}$ ) buvo apskaičiuoti naudojantis PSS / E programiniu paketu, panaudojant 2004 metų vasaros minimaliųjų ir žiemos maksimaliųjų apkrovų duomenų bylas.

9 paveiksle pavaizduotas apibendrintos elektros perdavimo linijos modelis.

Apibendrintos elektros perdavimo linijos modelio įėjimuose „Įėjimas1“ ir „Įėjimas2“ pateikiami skirtingų EES kampinių greičių pokyčiai ( $d\omega_1, d\omega_2$ ), kuriuos integruojant gaunami fazės kampo pokyčiai (9 pav.  $dd_1$  ir  $dd_2$  žymi  $\Delta\delta_1, \Delta\delta_2$ ). Pasiuntus fazės kampų skirtumo signalą į stiprintuvą  $St1$ , kurio stiprinimo koeficientas lygus sinchronizacijos momento koeficientui ( $Tm$ ), gaunamas ekvivalentine elektros perdavimo linija tekančios galios pokytis ( $dP_{12}$ ). Modelio išėjimo signalas yra tik vienas, jis siunčiamas išėjimuose su skirtingais ženklais į abi sistemas bei jų dažnio ir galios antrinių reguliatorių įėjimus.

Numatant Lietuvoje statyti VEP, aktualu sudaryti jų matematinis modelius. Apie VE matematinį modeliavimą yra paskelbta daug mokslinių darbų, tačiau beveik visuose remiamasi fizikiniu-matematiniu modelių sudarymo principu, t. y. modelių matematinės lygtys sudaromos remiantis žinomais fizikiniais dėsniais [8–10]. Tai gana sudėtingas matematinio modelio sudarymo būdas. Šie modeliai dažnai yra nepatogūs praktiniam naudojimui. Daugiausia sukurta vieno VEP arba VE modelių.

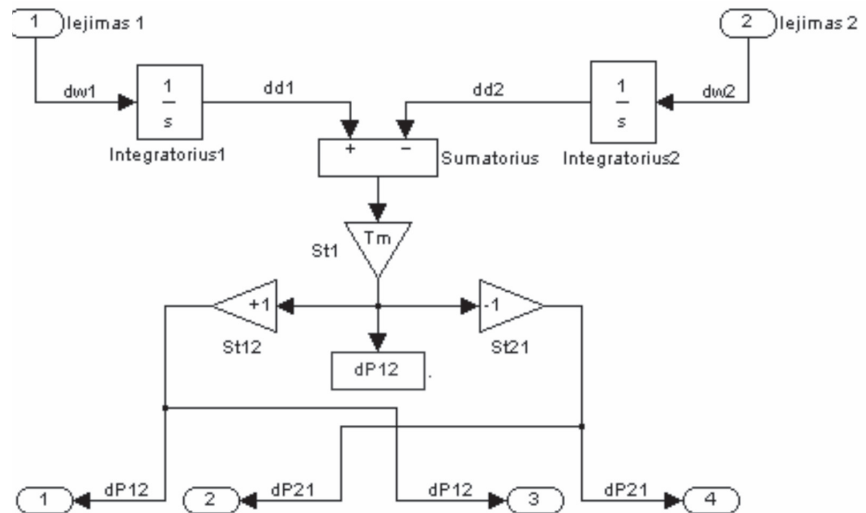
VE galima suskirstyti į 2 grupes: kintamo ir pastovaus greičio [8, 10]. Pastovaus greičio VE naudojami asinchroniniai generatoriai. Jų slydimas svyruoja iki kelių procentų, todėl galima laikyti, kad jų greitis yra pastovus. Kintamo greičio VE naudojami sinchroniniai generatoriai su konverteriu arba dvigubo maitinimo asinchroniniai generatoriai. Šio tipo elektrinėse galia kinta kur kas mažiau ir variacijos koeficientas siekia 10–30%, tačiau jos praktiškai neturi įtakos sistemos inercijai. Pastovaus greičio VE galia kinta apytiksliai pagal vėjo greičio kubą, jų variacijos koeficientas siekia 30–60%. Šio tipo VE atitinkamai keičia EES inerciją, nes  $T_{jve} < T_j$ ,  $T_j$  – EES mechaninės inercijos laiko pastovioji.

Modeliuojant EES (1 pav.) daroma prielaida, kad visos VE yra pastovaus greičio (jų generuojamos galios variacijos koeficientas yra didesnis nei kintamo greičio VE). Ekvivalentinis VEP modelis pavaizduotas 10 paveiksle. Pasiūlytas modelis yra paprastas ir patogus naudoti praktiniams skaičiavimams ir sudaro galimybes įvertinti VEP įtaką dažniui ir tarpsteminėms galių srautams.

Šiame modelyje naudojamas polinomas yra gautas aproksimuojant statinę netiesinę pastovaus greičio VE galios priklausomybės nuo vėjo greičio funkciją, kuri pavaizduota 11 paveiksle, šešto laipsnio polinomu:

$$P_{VE}(v) = -0,00000045517317v^6 + 0,00003709328078v^5 - 0,00111532606491v^4 + 0,01467109532532v^3 - 0,07552664501263v^2 + 0,15539414782526v - 0,07000453260723. \quad (18)$$

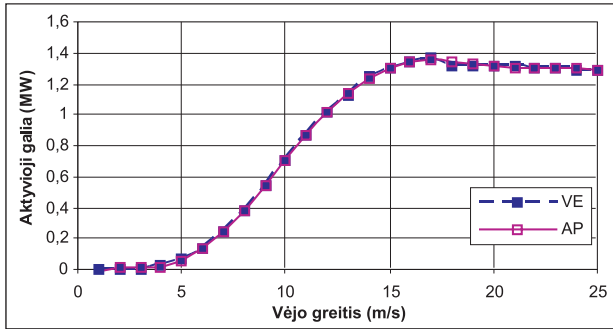
Stiprinimo koeficientas  $K$  įvertina, kokią bendros EES galios dalį sudaro VE instaliuota galia. VE generatorius modeliuojamas integruojančia grandimi. Priimama, kad jo mechaninės inercijos laiko pastovioji  $T_{jve}$  lygi 3 sekundėms [10].



9 pav. Apibendrintos elektros perdavimo linijos modelis



10 pav. Ekvivalentinis VEP modelis



11 pav. VE generuojamos galios ir vėjo greičio priklausomybė. VE – vėjo elektrinės statinė charakteristika, AP – kreivė gauta aproksimuojant

### 3. VĖJO GREIČIO KITIMO MATEMATINIS MODELIAVIMAS

Neturint pakankamai vėjo greičio matavimo duomenų yra sunku atlikti skaičiavimus, kurie atspindėtų realią padėtį sistemoje. Taip pat šiuo metu nėra visiškai aiškūs VE skaičius ir jų išdėstymo vieta. Siekiant ištirti VE įtaką EES dažnio ir tarpsteminėms galios srautų nuokrypiams, atlikti skaičiavimai ribiniais atvejais, kai vėjo greičio kitimo koreliacija tarp VE yra didelė ir maža.

Kad būtų paprasčiau įvertinti VE generuojamą galią, ji nėra skaičiuojama atskirai kiekvienoje VE, o apskaičiuojamas ekvivalentinis vėjas 50 metrų aukštyje. Ekvivalentinio vėjo greičio kitimo duomenys pateikiami į ekvivalentinio VEP modelio, kuris pavaizduotas 10 paveiksle, įėjimą.

Kai vėjo koreliacija tarp VE didelė, laikome, kad vėjo stiprumas visose VE yra vienodas. Vėjo greičio matavimus atliko Lietuvos energetikos instituto darbuotojai 2003 m. lapkritį Giruliuose maždaug vienas kilometras nuo jūros kranto 50, 30, 10 metrų aukštyje 1 Hz dažnumu dviejų valandų intervale. Pažymėkime, kad matavimai atlikti vienoje vietoje, ir vėjo greičio kitimas, pvz., 300 metrų atstumu nuo matavimo vietos, nežinomas. Vėjo judėjimo krypties ir jo fronto matavimai nebuvo atlikti. Ekvivalentinio vėjo greičio kitimo 50 metrų aukštyje, kai vėjo koreliacija tarp VE didelė, grafikas parodytas 12 paveiksle, kuriame matyti, kad atsiranda aukšto dažnio dedamosios, tačiau jos mažėja, mažėjant vėjo koreliacijai tarp VE.

Kai vėjo koreliacija tarp VE maža, daroma prielaida, kad sistemoje veikia 20 VEP, kur kiekvieno VEP instaliuota galia yra apie 10 MW. Sukurtas ekvivalentinio vėjo greičio kitimo 50 metrų aukštyje VEP matematinis modelis:

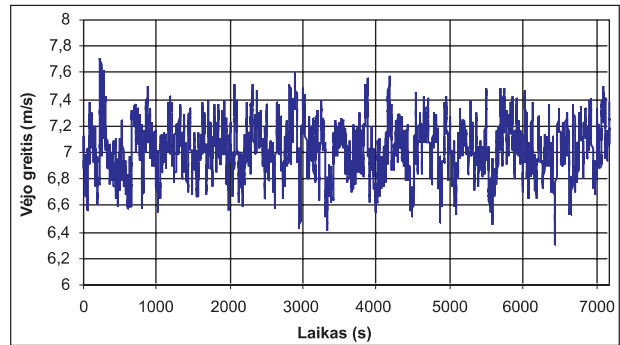
$$V_{VEP}(t) = \bar{V} + (\sum_{i=1}^m W(q, b)e_i(t)) / m = \bar{V} + \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m W(q, b)e_i(t) \quad (19)$$

čia  $V_{VEP}(t)$  – ekvivalentinio vėjo greičio kitimas VEP,  
 $\bar{V}$  – metinis vidutinis vėjo greitis (apie 7 m/s),  
 $W(q, b)$  – perdavimo funkcija,  
 $e_i(t)$  – baltasis triukšmas kiekvieno VE modelio įėjime,  
 $m$  – VE skaičius vėjo elektrinių parke.

Perdavimo funkcija  $W(q)$  gauta taikant parametrinės identifikacijos metodą, naudojant pirmos eilės AR matematinį modelį (13), kur išėjimo signalas apskaičiuojamas pagal išraišką:

$$y(t) = \check{v}(t) - \hat{v}(t); \quad (20)$$

čia  $\check{v}(t)$  – vėjo greitis, išmatuotas vienoje VE (12 pav.),  
 $\hat{v}(t)$  – vėjo greičio kitimo trendas vienoje VE.



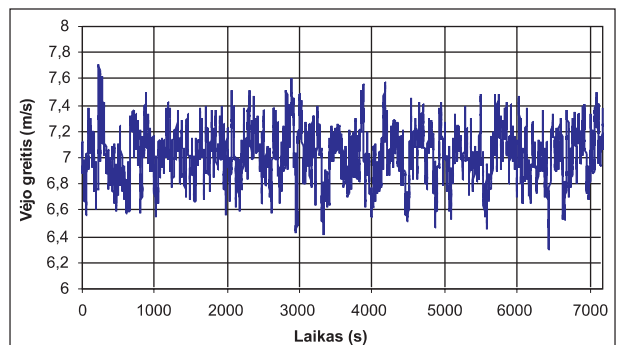
12 pav. Ekvivalentinio vėjo greičio kitimo, kai vėjo koreliacija tarp VE didelė, grafikas

Ekvivalentinio vėjo greičio kitimo 50 metrų aukštyje vėjo VEP matematinis modelis:

$$V(t) = (\sum_{i=1}^n V_{VEP}(t)) / n = \bar{V} + \frac{1}{m \cdot n} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^m W(q, b)e_i(t); \quad (21)$$

čia  $n$  – VEP skaičius.

Ekvivalentinio vėjo greičio kitimo 50 metrų aukštyje, kai vėjo koreliacija tarp VE maža, grafikas parodytas 13 paveiksle.



13 pav. Ekvivalentinio vėjo greičio kitimo, kai vėjo koreliacija tarp VE maža, grafikas

Laikant, kad vėjo greičio kitimo skirstinys yra normalinis, galime užrašyti:

$$\sigma_{\Sigma Vi} = \sqrt{n} \sigma_{Vi}, \text{ kai } \rho_{ij} = 0; \quad (22)$$

čia  $\sigma_{\Sigma Vi}$  – ekvivalentinio vėjo greičio kitimo standartinis nuokrypis,

$\sigma_{v_i}$  – vėjo greičio kitimo standartinis nuokrypis  $i$ -oje VE,  
 $n$  – vėjo elektrinių skaičius,  
 $\rho_{ij}$  – koreliacijos koeficientas tarp VE.

$$\sigma_{\Sigma v_i} = n\sigma_{v_i}, \text{ kai } \rho_{ij} = 1; \quad (23)$$

$$m_{\Sigma v_{ij}} = \sum_{j=1}^n m_{v_{ij}}; \quad (24)$$

čia  $m_{\Sigma v_{ij}}$  – visų VE vėjo greičių kitimo sumos vidurkis,  
 $m_{v_{ij}}$  – vėjo greičio kitimo sumos vidurkis  $j$ -oje VE.

Ekvivalentinio vėjo greičio kitimo (vėjo greičių kitimo sumos) variacijos koeficientas:

$$C_{\Sigma v_i}^0 = \frac{\sqrt{n}\sigma_{v_i}}{m_{\Sigma v_{ij}}}, \text{ kai } \rho_{ij} = 0; \quad (25)$$

$$C_{\Sigma v_i}^1 = \frac{n\sigma_{v_i}}{m_{\Sigma v_{ij}}}, \text{ kai } \rho_{ij} = 1; \quad (26)$$

$$k = \frac{C_{\Sigma v_i}^0}{C_{\Sigma v_i}^1} = \frac{\sqrt{n}}{n} = \frac{1}{\sqrt{n}}. \quad (27)$$

Iš (25), (26) išraiškų galime pastebėti, kad kuo daugiau VE, tuo mažesnė vėjo greičio kitimo variacija, t. y. santykis  $\sigma_v/m$ .

Atlikus teorinius skaičiavimus, gaunama, kad  $k = 0,08$ , kai vėjo koreliacija tarp VE lygi nuliui ( $\rho_{ij} = 0$ ). Pagal modeliavimo rezultatus gauta  $k = 0,1$ , tačiau čia modeliuojama, kai vėjo greičio kitimo tarp VE koreliacija didesnė negu nulis ( $\rho_{ij} > 0$ ), todėl galime teigti, kad ekvivalentinio vėjo greičio kitimo modelis, kai vėjo koreliacija tarp VE yra maža, atspindi realius procesus.

#### 4. JEES MATEMATINIO MODELIO ADEKVATUMO ANALIZĖ

Kiekvienas realios EES modelis turi atspindėti toje sistemoje vykstančius procesus. Norint įvertinti modelio tinkamumą procesų modeliavimui, atliekama modelio adekvatumo analizė. Dažnio ir aktyviosios galios reguliavimo procesams tirti sukurtas EES matematinis modelis, kuris turėtų atspindėti procesus, susijusius su aktyviosios galios ir dažnio kitimu. Adekvatumo analizė atliekama įvertinant vienos valandos dažnio kitimą realioje JEES ir dažnio kitimo duomenis, gautus panaudojus JEES matematinį modelį, ir taikant Julio-Uokerio metodą [11] vienpusiam spektriniam tankiui skaičiuoti. Visi AR metodai spektrinį tankį įvertina pagal formulę:

$$\hat{P}_{AR}(f) = \frac{1}{f_s} \frac{\varepsilon_p}{\left| 1 + \sum_{k=1}^p \hat{a}_p(k) e^{-2\pi j k f / f_s} \right|^2}; \quad (28)$$

čia  $\hat{P}_{AR}(f)$  – spektrinio tankio įvertis,

$f_s$  – diskretizavimo dažnis (Hz),

$\varepsilon_p$  – baltojo triukšmo spektrinis tankis,

$p$  – autoregresijos eilė,

$\hat{a}_p(k)$  –  $k$ -asis autoregresinis koeficientas,

$f$  – dažnis (Hz).

Spektrinis tankis pagal Julio-Uokerio AR metodą yra skaičiuojamas naudojant signalo autokoreliacijos funkcijos paslinktus (angl. *biased*) įverčius ir minimizuojant išankstinės prognozės

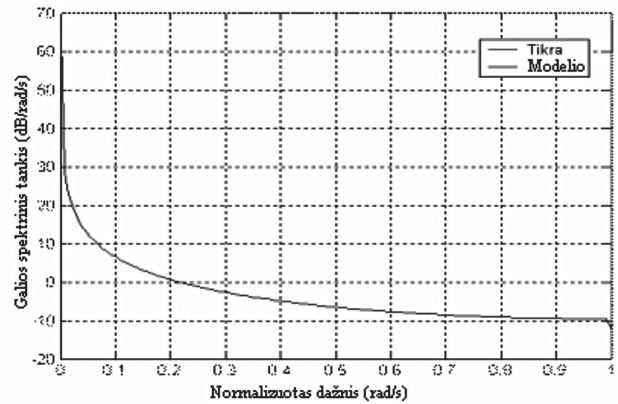
paklaidą mažiausių kvadratų metodu. Julio-Uokerio metodas remiasi lygtimi:

$$\begin{bmatrix} r(1) & r(2) & \dots & r(p) \\ r(2) & r(1) & \dots & r(p-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r(p) & r(2) & r(1) & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a(2) \\ a(3) \\ \vdots \\ a(p+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r(2) \\ -r(3) \\ \vdots \\ -r(p+1) \end{bmatrix}; \quad (29)$$

čia  $r(p)$  – autokoreliacija,

$a(p)$  –  $p$ -asis autoregresinis koeficientas.

Autokoreliacijos funkcijos paslinktų įverčių naudojimas užtikrina, kad (29) lygtyje esanti autokoreliacijos matrica yra teigiamai apibrėžta ir egzistuoja jai atvirkštinė [11], taigi sprendinys tikrai egzistuoja. Be to, visada gaunamas stabilus modelis. Julio-Uokerio lygtis galima efektyviai išspręsti naudojant Levinsono algoritmą. Šio metodo trūkumas yra tai, kad rezultatai gaunami santykinai prasti, kai duomenų seka yra pakankamai trumpa. Tačiau mūsų atveju buvo naudojama vienos valandos imtis, kai duomenys buvo registruojami 1 Hz dažnumu, todėl gauti įverčio rezultatai yra pakankamai patikimi.



14 pav. Julio-Uokerio metodu skaičiuotas realių ir gautų modeliavimo būdu dažnio kitimo JEES\* vienpusis spektrinis tankis

Vienpusis spektrinis tankis, įvertintas taikant Julio-Uokerio metodą, parodytas 14 paveiksle.

14 paveiksle matyti, kad kreivės sutampa ir sistemos matematinis modelis esant stacionariam režimui gerai atkuria dažnio kitimo realioje sistemoje normalaus darbo metu dažnius ir amplitudes.

Esant dideliems dažnio pokyčiams, kuriuos sukelia generacijos ar apkrovos netekimas, skaičiuojamas JEES dažninės charakteristikos statusas. Atliekant modeliavimą, kai JEES vasaros mažiausių apkrovų metu netenkama 1300 MW generuojamos galios, sistemos dažninės charakteristikos statusas lygus 6241 MW/Hz. Realioje JEES dažninės charakteristikos statusas kinta nuo 6000 iki 18000 MW/Hz [12].

Iš gautų adekvatumo įvertinimo rezultatų galime teigti, kad JEES matematinis modelis atspindi realioje JEES vykstančius galios ir dažnio kitimo procesus, ir sistemos matematinis modelis yra adekvatus realiai JEES.



## 5. IŠVADOS

1. Sukurti didelių ir mažų EES matematiniai modeliai, įvertinantis apkrovos kitimą ir leidžiantys tyrinėti dažnio ir galios reguliavimo procesus bei valdymo algoritmų ypatumus ir savybes.

2. Sukurti ekvivalentinis vėjo elektrinių parkų ir vėjo greičio kitimo matematiniai modeliai bei pasiūlyta vėjo elektrinių generacijos įvertinimo metodika, kai turima nepakankamai vėjo greičio kitimo duomenų.

3. EES matematinis modelis atspindi vykstančius galios ir dažnio kitimo procesus ir yra adekvatus realiai JEES.

Gauta 2007 07 09

Priimta 2007 08 20

## Literatūra

1. Persson J. Bandwidth-reduced Linear Models of Non-continuous Power System Components. Doctoral Dissertation. Royal Institute of Technology (KTH) School of Electrical Engineering Electric Power Systems. Sweden, Stockholm, 2006.
2. Стернинсон Л. Д. Переходные процессы при регулировании частоты и мощности в энергосистемах. Москва: Энергия, 1978. С. 20–23.
3. Nargėlas A., Ažubalis V. Elektros stočių agregatų reguliavimo sistemų dinaminių modelių sudarymas. Ataskaita, sutarties Nr. 6325. Kaunas, 1996. P. 5–11.
4. Паутин Н. В., Сидоров А. А. Исследование характеристик энергосистем // Электрические станции. Апрель 1961 г. С. 50–58.
5. Стернинсон Л. Д. Определение характеристик энергосистем для настройки автоматической разгрузки по частоте // Электрические станции. 2000. № 9. С. 40–44.
6. Беркович М. А., Комаров А. Н., Семенов В. А. Основы автоматики энергосистем. Москва: Энергоиздат, 1981. С. 343.
7. Kundur P. Power system stability and control. New York: McGraw-Hill, 1993.
8. Hoffmann R. A Comparison of Control Concepts for Wind Turbines in Terms of Energy Capture. Dissertation. Darmstadt, Germany, 2002. P. 133.
9. Power System Software & Service: Software Description. Application Study. Content Manual. Model documentation. Manual Fragment for Evaluation. Available from [http://www.p3s.de/pset\\_1.htm](http://www.p3s.de/pset_1.htm)
10. Sorensen P., Hansen A., Janosi L., Bech J., Jensen B. Simulation of Interaction between Wind Farm and Power System. Riso National Laboratory, Roskilde, 2001. P. 66.
11. Matlab 6.5. Statistical Signal Processing.
12. Бондаренко А. Ф., Герих В. П., Комаров А. Н. Регулирование частоты ЕЭС России / Рабочий семинар по проблеме регулирования частоты, 24–25 мая 2001 г. С. 72–86.

Virginijus Radziukynas, Antanas Nemura, Albertas Nargėlas

## MATHEMATICAL MODELING OF ELECTRIC POWER SYSTEMS INCLUDING WIND POWER PLANTS

### Summary

Currently many developed mathematical models of electrical power systems (EPS) are designed for calculation of short transient processes lasting about ten minutes, however, in these models load and frequency control algorithms, load variations and wind farm operation generally aren't fully estimated, and the models that estimate these factors are designed for inaccurate calculations. In the paper, a mathematical model of an electrical power system in which wind power farms operate is presented. It enables to analyse long transient processes while estimating wind power plants operation, load variation and various load and frequency control algorithms.

**Key words:** electrical power system, mathematical model, turbine, wind power plant, frequency, active power

Виргиниус Радзюкинас, Антанас Немура, Альбертас Наргелас

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ВЕТРОВЫМИ ЭЛЕКТРОСТАНЦИЯМИ

### Резюме

В настоящее время большинство используемых в электроэнергетической системе математических моделей предназначено для расчета переходных процессов (до десяти минут). К сожалению, эти модели учитывают не все алгоритмы регулирования мощности и частоты, изменение мощности и работу парка ветровых электростанций, а те, что учитывают эти факторы, предназначены для неточных измерений. Предлагаемая в данной статье математическая модель, которая учитывает работающие в электроэнергетической системе парки ветровых электростанций, позволяет рассчитывать долговременные переходные процессы в системе, оценивать работу ветровых электростанций, изменение мощности и различные алгоритмы регулирования мощности и частоты.

**Ключевые слова:** электроэнергетическая система, математическая модель, турбина, ветровая электростанция, частота, активная мощность