

Новое уравнение вращения ротора турбинного счетчика газа в нестационарных потоках

Юрий Тонконогий

*Литовский энергетический институт, Лаборатория исследования и испытаний теплового оборудования, Бреслауйос 3, ЛТ-44403 Каунас, Литва
Эл. почта: jurij@mail.lei.lt*

Разработан метод численного моделирования поведения турбинного счетчика газа в нестационарных потоках. Метод основан на применении нового уравнения нестационарного вращения ротора счетчика, которое включает постоянную времени инерции ротора как единственную характеристику такого вращения. Постоянная времени может быть достаточно просто определена экспериментально по специально разработанной методике. Уравнение и предлагаемый метод применимы для расчета отклика счетчика и его динамической погрешности при любом произвольном законе изменения расхода газа. Приведены примеры применения метода для различных законов пульсации потока.

Ключевые слова: турбинный счетчик газа, закон пульсации потока, отклик, динамическая погрешность, численное моделирование

1. ВВЕДЕНИЕ

Турбинные счетчики газа являются основным средством учета природного газа. Они также широко используются как эталоны в образцовых установках для поверки и калибровки промышленных счетчиков газа. Поддержание их метрологических свойств на надлежащем уровне связано со сбережением больших финансовых средств.

По разным причинам в потоке газа всегда присутствуют пульсации. В пульсирующем потоке частота вращения ротора турбинного счетчика также пульсирует, однако из-за инерции ротора отклик счетчика запаздывает. Текущая частота вращения, с которой однозначно связано мгновенное измеряемое значение расхода газа, не соответствует текущему значению расхода. При этом в фазе уменьшения расхода отставание всегда больше, чем в фазе увеличения. Вследствие этого возникает характерная для турбинных счетчиков так называемая „динамическая“ погрешность, которая всегда положительна.

Проблема динамической погрешности известна много лет. Одним из первых, кто предложил метод оценки этой погрешности, был В. Ф. Ли [1]. К сожалению, из его результатов следует, что при низких значениях параметра отклика динамическая погрешность становится отрицательной, что противоречит природе этой погрешности.

Н. Лиманн [2] получил аналитическое решение для расчета отклика турбинного счетчика и его динамической погрешности в пульсирующем потоке газа, но только для случая ступенчатого изменения расхода газа, т. е. для прямоугольного закона пульсаций, который крайне редко встречается на практике. Недостатком этого исследования также является отсутствие среди влияющих параметров

параметра, характеризующего инерционные свойства счетчика. Результаты Н. Лиманна включены в нормативный документ G13 Германского метрологического института РТВ [3].

Наиболее известны исследования К. Аткинсона [4], результаты которого представлены в документе ISO [5]. Они получены для синусоидального закона пульсаций потока. Аналогичные результаты получены Р. МакКи [6].

Эти и другие известные результаты основаны на решении дифференциального уравнения нестационарного вращения ротора в его традиционном виде, которое получается путем составления баланса моментов действующих на ротор сил. Разные исследователи используют различные, но достаточно близкие по сути модификации этого уравнения. Например, Б. Ли и др. [7] предложили уравнение вида:

$$Q^2 - Q_{сч}Q = b \left(1 + \frac{J_{ж}}{J} \right) \frac{dJ_{сч}}{dt} - b \frac{J_{ж}}{J} \frac{dQ}{dt}. \quad (1)$$

Применение подобного вида уравнений связано с рядом недостатков:

1. Уравнения получены с применением ряда упрощений и допущений и включают некоторое число трудно определяемых параметров, из-за чего имеющиеся результаты решений фрагментарны и не всегда согласуются друг с другом.

2. До сих пор уравнения решены только для случаев прямоугольного и синусоидального законов пульсаций, что определяется математическими трудностями аналитического решения для более сложных законов пульсаций. Между тем, как это показали, в частности, Р. Чизрайт и др. [8], турбинные счетчики обычно применяются именно в пульсирующих по сложному закону потоках.

Подытоживая, отметим, что хотя проблема динамической погрешности турбинных счетчиков известна давно, она до сих пор не нашла своего исчерпывающего решения.

Цель данной работы – разработать новый подход к моделированию нестационарных процессов в турбинном счетчике на основе нового уравнения вращения с целью избежать вышеуказанных трудностей и недостатков.

2. ОСНОВЫ МЕТОДА

В 1964 г. Д. Хигсон предложил экспоненциальное уравнение для описания изменения во времени показаний счетчика воды при резком (ступенчатом) изменении расхода [9]. Такое же уравнение приведено в работах [4] и [5]. Ранее проведенные нами эксперименты [10] подтверждают экспоненциальный закон изменения во времени безразмерной относительной частоты вращения ротора турбинного счетчика газа при резком изменении расхода газа Q до постоянного конечного значения:

$$\frac{\omega - \omega_{\text{кон}}}{\omega_{\text{нач}} - \omega_{\text{кон}}} = e^{-t/T}. \quad (2)$$

Это уравнение аналогично уравнению для изменения температуры тела в регулярном тепловом режиме I рода, т. е. при резком изменении температуры окружающей среды [11]. Однако уравнение (2) до настоящего времени не применялось непосредственно для моделирования поведения счетчика в пульсирующем потоке. Между тем, такое применение дает большие практические возможности.

Любую заданную кривую изменения расхода во времени можно заменить достаточно близкой к ней ступенчатой линией, как это показано на рис. 1.

Если шаг Δt_i изменения расхода достаточно мал, то в пределах каждого шага расход Q можно считать постоянным и применять на этом шаге уравнение (2). Практически это равноценно использованию уравнения (2) в виде, который получается после дифференцирования этого уравнения:

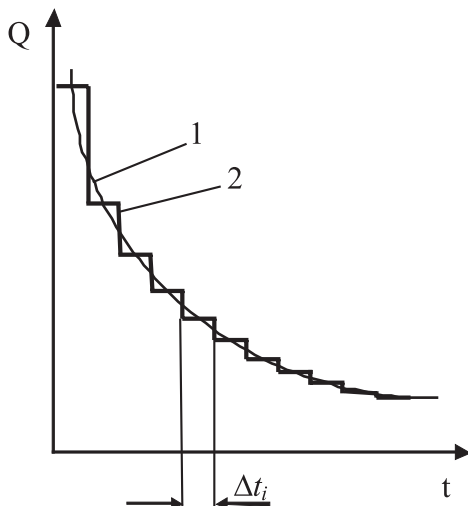


Рис. 1. Замена произвольно заданной кривой изменения расхода (1) ступенчатой линией (2) с длиной ступеньки Δt_i

$$\frac{d\omega}{\omega - \omega_Q} = -\frac{dt}{T}. \quad (3)$$

Дифференциальное уравнение (3) применимо для любого произвольного закона изменения расхода во времени. Входящая в уравнение текущая частота вращения ротора ω_Q определяется мгновенным значением расхода Q :

$$\omega_Q = k_Q \cdot Q \text{ Гц}, \quad (4)$$

а истинная текущая частота вращения ротора ω определяет мгновенное показание счетчика q :

$$q = \frac{\omega}{k_Q} \text{ м}^3/\text{с}. \quad (5)$$

Важнейшим параметром является постоянная времени инерции вращения ротора T . В уравнениях (2) и (3) это единственная характеристика счетчика, полностью определяющая его вращение в нестационарных режимах и заменяющая все другие ранее использованные параметры, определяющие инерционные свойства счетчика. В литературе (например, в [1]) для T предлагаются уравнения типа:

$$T = \frac{J(1 + \eta)}{\rho Q r^2} \text{ с}. \quad (6)$$

Помимо величин, фигурирующих в уравнении (4), на постоянную времени влияют вязкость газа, аэродинамические параметры проточной части счетчика и трение в подшипниках, зависящее от их технического состояния. Значения большей части влияющих параметров, характер их влияния на постоянную времени, а следовательно, и сама постоянная времени могут быть определены лишь с достаточно большой неопределенностью.

Во то же время в соответствии с [4] и [10] постоянная времени T для данного счетчика газа при зафиксированных значениях плотности и вязкости зависит только от расхода газа, величина которого определяется достаточно просто:

$$T = \frac{C}{(Q/100)^n} \text{ с}. \quad (7)$$

Величина постоянной времени T для разных текущих расходов, а следовательно, параметры C и n могут быть сравнительно легко определены экспериментально, применяя предложенный нами метод [10]. Параметры C и n заменяют другие трудно и неточно определяемые параметры, в настоящее время используемые для определения T . Как пример, в таблице приведены результаты определения T , C и n для трех счетчиков газа.

Показатель степени n при расходе для находящихся в хорошем техническом состоянии счетчиков близок к 1. Уравнение (7) справедливо во всем рабочем диапазоне расхода газа для данного турбинного счетчика.

Уравнения (3)–(5) и (7) составляют основу предлагаемой новой концепции математической модели для расчета переходных процессов вращения ротора турбинного счетчика.

Таблица. Результаты экспериментального исследования постоянной времен инерции вращения для 3-х турбинных счетчиков газа

Тип счетчика	Параметры C и n в (4)	
	C	n
PREMAGAS G650 DN150 с металлической крыльчаткой	8,616	1,006
ROMBACH MZ100 $Q_{max} = 400 \text{ м}^3/\text{ч}$ с металлической крыльчаткой	4,242	0,998
ROMBACH MZ100 $Q_{max} = 400 \text{ м}^3/\text{ч}$ с пластмассовой крыльчаткой	2,289	0,956

Они должны быть дополнены задаваемой зависимостью для изменения расхода во времени

$$Q = f(t) \quad (8)$$

и краевыми условиями. В общем случае это

$$\text{при } t = 0 \rightarrow \omega = \omega_0. \quad (9)$$

Во всех практически важных случаях изменение расхода в турбинных счетчиках газа происходит по периодическому закону, т. е. наблюдаются пульсации расхода. При этом, если пульсации регулярные, целесообразно использовать другие краевые условия – равенство частоты пульсации ротора на концах отрезка времени Δt , равного периоду пульсаций, т. е.:

$$\omega_{t=(k-1)\Delta t} = \omega_{t=k\Delta t} \quad (10)$$

где $k = 1, 2, 3, \dots, n$.

Уравнение (3) с учетом (4), (7) и (8) может быть представлено в развернутом виде:

$$C \frac{d\omega}{dt} = -\omega \cdot (Q(t))^n + k_Q \cdot (Q(t))^{n+1}. \quad (11)$$

Уравнение (11) – обыкновенное дифференциальное уравнение 1-го порядка и совместно с краевыми условиями (9) или (10) легко решается численно, например, методом Рунге–Кутты. Еще более просто уравнение решается методом конечных разностей с применением программы

Microsoft Office Excel, которая обеспечивает синхронное графическое представление результатов расчета. В этом случае используется уравнение (2).

Предлагаемый метод позволяет рассчитать отклик счетчика на изменение расхода, в т. ч. пульсацию, по любому сложному закону, динамическую погрешность счетчика и его усредненные во времени показания.

3. ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИЛОЖЕНИЕ МЕТОДА

Далее приводятся примеры применения предлагаемого метода. Для примера выбраны два близких к встречающимся на практике закона пульсации расхода – треугольный закон (характерный для турбулентных пульсаций):

$$\text{при } 0 \leq (t - t_0) \leq (\Delta t_0) / 2 \\ \bar{Q} = 1 + \Delta \bar{Q} \cdot (1 - 4(t - t_0) / (\Delta t_0)), \quad (12)$$

$$\text{при } (\Delta t_0) / 2 \leq (t - t_0) \leq \Delta t_0 \\ \bar{Q} = 1 - \Delta \bar{Q} \cdot (1 - 4(t - (t_0 + (\Delta t_0) / 2)) / (\Delta t_0)), \quad (13)$$

и сложный косинусоидальный закон, характерный для пульсаций потока газа вблизи регулятора давления:

$$\bar{Q} = 1 + \cdot \text{COS}(2\pi t / \Delta t_0) - \\ - 0,35\Delta \bar{Q} \cdot \text{COS}(4\pi t / \Delta t_0) + \\ + 0,25\Delta \bar{Q} \cdot \text{COS}(14\pi t / \Delta t_0) - \\ - 0,09\Delta \bar{Q} \cdot \text{COS}(22\pi t / \Delta t_0) - \\ - 0,05\Delta \bar{Q} \cdot \text{COS}(48\pi t / \Delta t_0) + \\ + 0,07\Delta \bar{Q} \cdot \text{COS}(60\pi t / \Delta t_0) - \\ - 0,04\Delta \bar{Q} \cdot \text{COS}(76\pi t / \Delta t_0). \quad (14)$$

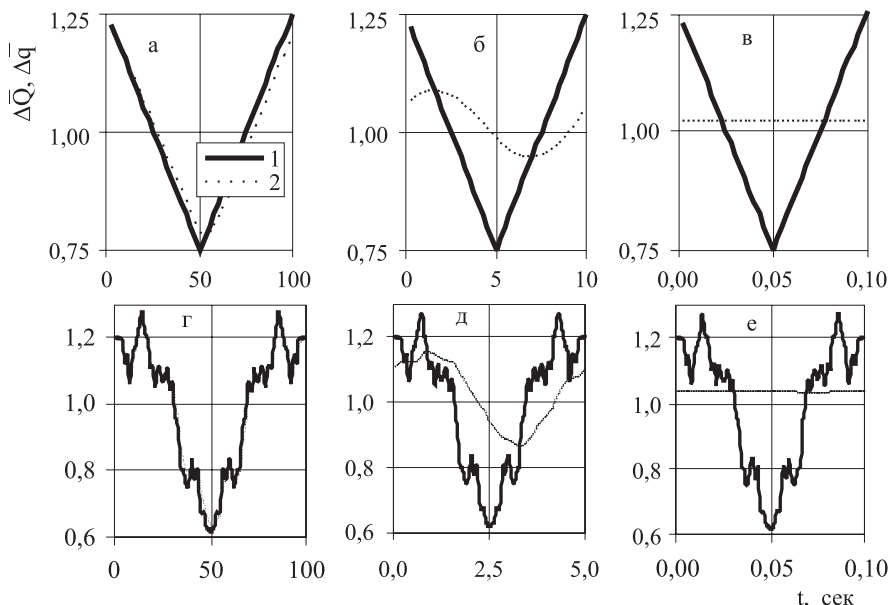


Рис. 2. Отклик счетчика газа MZ100 с металлическим турбинным колесом на пульсацию потока при среднем значении расхода $100 \text{ м}^3/\text{ч}$. а, б, в – простой треугольный закон, $f = 0,01; 0,1; 10 \text{ Гц}$ соответственно; г, д, е – сложный косинусоидальный закон, $f = 0,01; 0,2; 10 \text{ Гц}$; 1 – расход; 2 – показания счетчика (частота вращения)

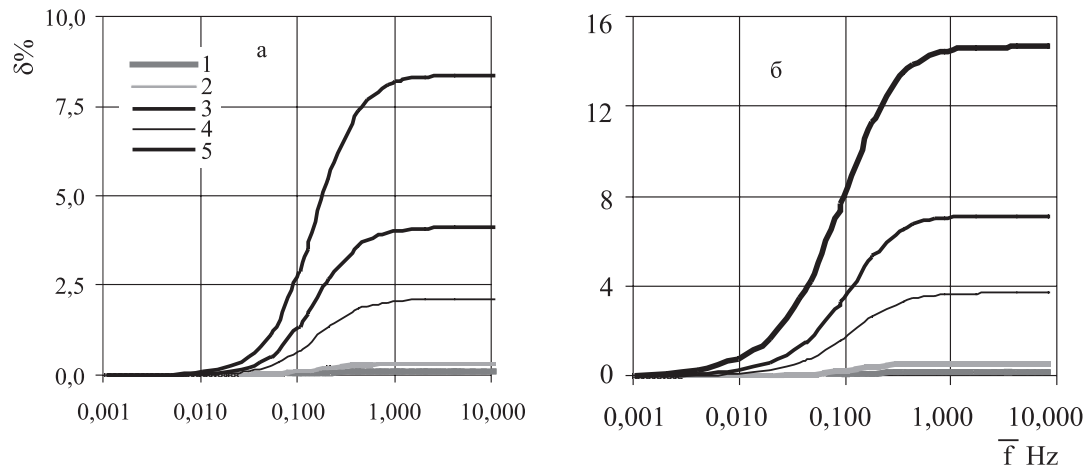


Рис. 3. Зависимость динамической погрешности турбинных счетчиков газа от безразмерной частоты пульсации потока. *a* – простой треугольный закон пульсации, *б* – сложный косинусоидальный закон; 1, 2, 3, 4, 5 – $\Delta Q = 0,05; 0,1; 0,25; 0,35; 0,5$ соответственно

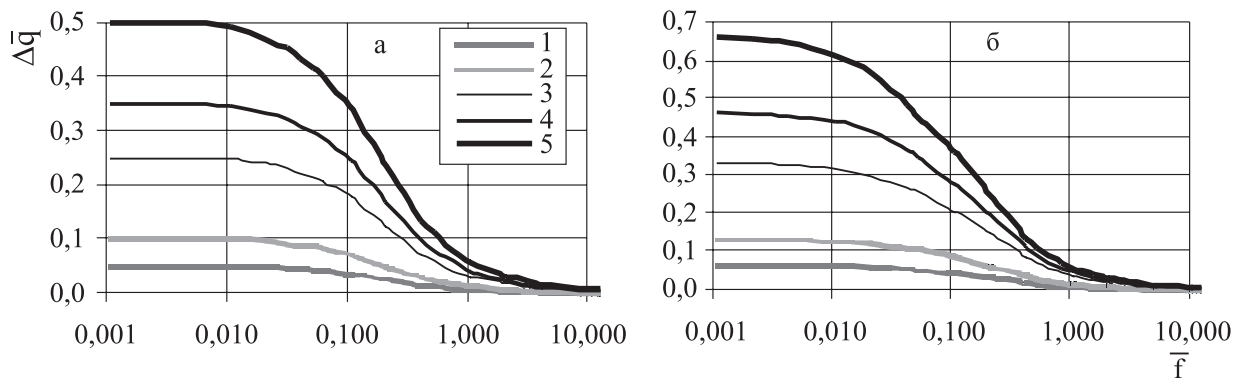


Рис. 4. Зависимость безразмерной амплитуды пульсации показаний турбинных счетчиков газа от безразмерной частоты пульсации потока. Обозначения – см. рис. 3

Отклик одного из счетчиков газа на пульсации по этим законам представлен на рис. 2 для разных значений частоты пульсации. При очень малых значениях частоты инерция вращения ротора практически не проявляется, и счетчик успевает достаточно точно отслеживать пульсации расхода. С увеличением частоты показания счетчика все более отстают от текущего значения расхода (рис. 2).

В рассматриваемом случае сложного закона, так же как и при всех других сложных законах пульсации с увеличением частоты счетчик сначала перестает реагировать на составляющие пульсации с малой амплитудой, далее – на все более крупные. При дальнейшем увеличении частоты пульсации потока изменение частоты вращения ротора постепенно регулируется – она начинает меняться по закону, который приближается к простому косинусоидальному.

При достижении достаточно больших значений частоты пульсации потока счетчик перестает реагировать на пульсации, частота его вращения становится постоянной, но превышает среднюю частоту вращения, соответствующую среднему значению расхода. Последнее обстоятельство определяет динамическую погрешность (рис. 3)

Влияние на динамическую погрешность частоты пульсации показано на рис. 3. Оно соответствует влиянию этой частоты на отклик счетчика. При достаточно малых значениях безразмерной частоты f ($f \equiv f \times T = 0,001-0,01$) динамическая погрешность близка к 0. С увеличением ча-

стоты погрешность начинает расти со все нарастающим темпом. При дальнейшем росте частоты пульсации темп роста погрешности начинает замедляться, и при достижении некоторого предельного значения безразмерной частоты ($f = 1-10$) динамическая погрешность достигает своего максимального предельного значения $\delta_{\text{пред}}$, оставаясь при дальнейшем росте частоты неизменной. Если в качестве независимой переменной вместо безразмерной частоты пульсации f использовать размерную частоту f , то все кривые в своей средней части расслаиваются по параметру T , или для данного счетчика по расходу Q . При этом рост динамической погрешности начинается при тем меньшей частоте f , чем больше постоянная времени инерции T , т. е. чем меньше расход Q .

Расчеты показывают, что $\delta_{\text{пред}}$ увеличивается с увеличением амплитуды пульсации по квадратичному закону:

$$\delta_{\text{пред}} = C_1 (\Delta \bar{Q})^2. \quad (15)$$

Коэффициент C_1 в уравнении (15) определяет уровень динамической погрешности и зависит только от закона пульсации. Максимальные значения этот коэффициент и, соответственно, динамическая погрешность принимают для прямоугольного закона пульсации: $C_{1\text{пр}} = 100$, минимальные (в три раза меньшие, чем для прямоугольного

закона) – для треугольного закона пульсации. Для всех остальных законов пульсации коэффициент C_1 и динамическая погрешность имеют промежуточные значения, в частности, для простого косинусоидального закона имеет место двукратное, по сравнению с прямоугольным законом, уменьшение: $C_{1\text{кос}} = 50$.

На рис. 4 представлена зависимость безразмерной амплитуды пульсации показаний счетчика от безразмерной частоты пульсаций потока. Эта зависимость может быть использована для решения обратной задачи – по измеренным параметрам пульсации показаний, что легко осуществляется на практике, оценить динамическую погрешность и восстановить действительное значение расхода. Подобные результаты получены в [12], но только для простого косинусоидального закона пульсации.

Обратная задача решается методом итераций. Схема решения следующая:

- задается величина расхода и по ней для данного счетчика вычисляется постоянная времени T ;
- по постоянной времени T и измеренной частоте пульсации f определяется безразмерная частота пульсации $\bar{f} = f \cdot T$;
- по измеренным максимальному и минимальному показаниям счетчика определяется безразмерная амплитуда показаний счетчика $\Delta\bar{q}$;
- по значениям \bar{f} и $\Delta\bar{q}$ из графика на рис. 4 определяется безразмерная амплитуда пульсации расхода $\Delta\bar{Q}$;
- по значениям $\Delta\bar{Q}$ и f определяется динамическая погрешность δ ;
- по среднему показанию счетчика $q_{\text{ср}}$ и δ определяется истинное среднее значение расхода;
- по полученному значению расхода уточняется постоянная времени T и расчеты повторяются с начала до совпадения с принятой точностью значений расхода по результатам двух последовательных циклов вычислений.

Обратная задача разрешима только при не слишком больших частотах пульсации, когда частота вращения ротора еще заметно пульсирует и еще можно идентифицировать закон пульсации.

Предложенный метод оценки динамических ошибок применим не только для счетчиков газа, но и для турбинных счетчиков воды и других жидкостей. В последних случаях из-за значительно большей плотности жидкости переходная область динамической погрешности сдвигается в зону больших частот. Принципы метода также применимы для другого типа расходомеров и счетчиков жидкостей и газов с движущимся чувствительным элементом.

Полученные результаты там, где возможно сравнение, находятся в согласии с доступными данными других исследователей. Например, результаты расчета $\delta_{\text{пред}}$ по формуле (15) для косинусоидального закона пульсации очень близки к соответствующим результатам К. Аткинсона [4] и С. Спаркса [12].

4. ВЫВОДЫ

1. Разработан метод численного моделирования вращения турбинного счетчика газа в нестационарных режимах,

основанный на применении уравнения вращения ротора счетчика, включающего постоянную времени инерции ротора как единственную характеристику инерции счетчика.

2. Постоянная времени определяется экспериментально на специально разработанной установке по результатам измерения отклика счетчика на ступенчатое изменение расхода газа при нескольких отличных от нуля его конечных значениях.

3. Метод применим для расчета отклика счетчика и динамической погрешности при любом произвольном законе изменения расхода газа.

4. Приведены примеры применения метода для двух произвольных законов пульсации потока газа.

5. Метод применим не только к счетчикам газа, но и к турбинным счетчикам воды и других жидкостей, а также к расходомерам и счетчикам жидкостей и газов других типов с движущимся чувствительным элементом.

Основные обозначения

- b – параметр отклика, $b = I / \rho r^2$;
- J – момент инерции ротора счетчика, $\text{кг} \cdot \text{м}^2$;
- $J_{\text{ж}}$ – момент инерции присоединенной массы жидкости, $\text{кг} \cdot \text{м}^2$;
- $f_{\text{п}}$ – частота пульсации потока, Гц ;
- \bar{f} – безразмерная частота пульсации потока, $\bar{f} = f \cdot T$;
- k_Q – коэффициент расхода, связывающий частоту вращения ротора и расход, $\text{Гц} / (\text{м}^3/\text{ч})$;
- r – радиус ротора;
- Q – текущее (мгновенное) значение расхода, $\text{м}^3/\text{ч}$;
- \bar{Q} – безразмерное текущее значение расхода, $\bar{Q} = Q / Q_{\text{ср}}$;
- q – текущее (мгновенное) значение расхода по показанию счетчика, $\text{м}^3/\text{ч}$;
- \bar{q} – безразмерное показание счетчика, $\bar{q} = q / q_{\text{ср}}$;
- T – постоянная времени инерции вращения ротора, с ;
- t – время, с .

Греческие символы

- δ – динамическая погрешность турбинного счетчика,
- $\delta = (q_{\text{ср}} - Q_{\text{ср}}) / Q_{\text{ср}}$;
- η – коэффициент скольжения ротора;
- ρ – плотность измеряемой текущей среды, $\text{кг}/\text{м}^3$;
- $\Delta\bar{Q}$ – безразмерная амплитуда пульсации потока,
- $\Delta\bar{Q} = (Q_{\text{макс}} - Q_{\text{мин}}) / 2Q_{\text{ср}}$;
- $\Delta\bar{q}$ – безразмерная амплитуда показаний счетчика,
- $\Delta\bar{q} = (q_{\text{макс}} - q_{\text{мин}}) / 2q_{\text{ср}}$;
- ω – частота вращения ротора, Гц ;
- $\bar{\Omega}$ – безразмерная относительная частота вращения ротора, $\bar{\Omega} = (\omega - \omega_{\text{кон}}) / (\omega_{\text{нач}} - \omega_{\text{кон}})$;
- Δt_0 – период пульсации потока, с ;
- Δt_i – расчетный шаг во времени, с .

Индексы

- 0, нач – начальный,
- кон – конечный,
- ср – средний,

макс – максимальный,
мин – минимальный,
пред – предельный.

Поступило 4 05 2009

Принято 15 06 2009

Литература

1. Lee W. F. Z., Kirik M. J., Millington B. Gas turbine flow meter measurement in pulsating flow // Engineering Power Transactions of the ASME. 1975. N 10. P. 531–539.
2. Lehmann N. Dynamisches Verhalten von Turbinenradgaszahlern // Das Gas und Wasserfach–GWF–131. 1990. Bd. 4. S. 160–167.
3. Technische Richtlinien Messgeräte für Gas (PTB) G13. 1994. Bd. 12.
4. Atkinson K. N. A software tool to calculate the overregistration error of a turbine meter in pulsating flow // Flow Measurement Instruments. 1992. Vol. 3. N 3. P. 167–172.
5. ISO / TR 3313 : 1998(E) Measurement of fluid flow in closed conduits – Guidelines on the effects of flow pulsations on flow-measurement instruments.
6. McKee R. J. Pulsation effects on single- and two rotor turbine meters // Flow Measurement Instruments. 1992. N 3. P. 151–166.
7. Lee B., Cheesewright R., Clark C. The dynamic response of small turbine flow meters in liquid flows // Flow Measurement Instruments. 2004. Vol. 15. N 5–6. P. 239–248.
8. Cheesewright R., Atkinson K. N., Clark C., Horst G. J. P., Motoram R. C., Viljeer J. Field tests of correction procedures for turbine flowmeters in pulsate flows // Flow Measurement Instruments. 1996. Vol. 7. N 1. P. 7–17.
9. Higson D. J. The transient performance of turbine flowmeters in water // Journal of Scientific Instruments. 1964. Vol. 42(5). P. 337–342.
10. Tonkonogij J., Stankevičius A. Investigation of transient processes in turbine gas meters // Measurements. 2007. N 1(39). P. 29–36.
11. Gukhman A. G., Gukhman A. A., Zaytsev A. A. Obobshchennyj analiz. Moskva: Faktorial Press, 1998. S. 304.
12. Sparks C. R., McKee R. J. Method and Apparatus for Assessing and Quantifying Pulsation Induced Error in Gas Turbine Flow Meters. US patent Number 5, 481, 924. Jan. 9, 1996.

Jurij Tonkonogij

NAUJA TURBININIO DUJŲ SKAITIKLIO ROTORIAUS SUKIMO NESTACIONARIUOSE SRAUTUOSE LYGTIS

Santrauka

Sukurtas turbininio dujų skaitiklio rotoriaus elgesio nestacionariuose srautuose skaitinio modeliavimo metodas. Metodas pagrįstas naujo turbininio dujų skaitiklio rotoriaus sukimo nestacionariuosiuose srautuose lygtimi. Lygtis apima rotoriaus sukimo inercijos laiko konstantą kaip vienintelę tokio sukimo charakteristiką. Laiko konstanta pakankamai lengvai gali būti nustatyta naudojant specialiai sukurtą metodiką. Lygtį ir siūlomą metodą galima naudoti esant bet kuriam dujų debito kitimo dėsniai. Pateikti metodo taikymo esant įvairiems srauto pulsacijos dėsniams pavyzdžiai.

Raktažodžiai: turbininis dujų skaitiklis, srauto pulsacijos dėsnis, atsakas, dinaminė paklaida, skaitinis modeliavimas

Jurij Tonkonogij

A NEW EQUATION FOR CALCULATING THE TURBINE GAS METER ROTOR ROTATION IN UNSTEADY FLOWS

Summary

The method of numerical simulation of the turbine gas meter behaviour in unsteady flows has been developed. The method is based on the application of a new equation for the meter rotor rotation, which uses the time constant of the rotor inertia as a unique characteristic defining the meter behaviour in transitive modes of rotation. The time constant can be rather easily evaluated experimentally by a specially developed technique. The proposed equation and method are applicable for calculating the response of a turbine meter and its dynamic error at any law of gas flow rate change. Examples of application of the method for different flow pulsating laws are presented.

Key words: turbine gas meter, law of flow pulsation, meter response, dynamic error, numerical simulation