

Antikiniai *mathesis* kaip garsų meno grožio aspektai

RIMA POVILIONIENĖ

Lietuvos muzikos ir teatro akademija, Gedimino pr. 42, LT-01107 Vilnius

El. paštas: r_poviloniene@yahoo.com

Idėja apie matematinį pasaulio pagrindimą yra svari daugiau nei du tūkstančius metų ir patraukia savo ekspresija bei nuolatine raiška įvairių epochų pasaulėžiūroje. Čia grožis muzikoje interpretuojamas kaip slypintis „santykiyje su matematika“, o muzikos struktūros logika gali būti sutapatinta su matematinės lygties logika. Matematizuotos muzikos sampratos formavimosi pradžią išvelgiame dar antikos mąstytojų teiginiuose. Antikoje suformuotas matematikos mokslų ketvertas rodo, jog pitagoriečiai mąstė apie matematikos mokslų grupę, jungiančią muziką, astronomiją, geometriją ir aritmetiką, aptariamą šios idėjos ir jų atgarsiai vėlesnėse epochose, liudijantys ilgalaikę matematinio pagrindo įtaką. Straipsnyje pateikiama antikoje apibrėžta įtakinga pitagoriškoji muzikos intervalų ir matematinų santykių sistema, lygiagrečiai lydima simbolinių skaičių prasmių, siejamų su universumu, sferų muzikos arba planetų santykiuose skambančios universalios muzikos koncepcija, kuri buvo pristatoma kaip tikslų matematinų apskaičiavimų rezultatas.

Raktažodžiai: muzikos ir matematikos sąveika, *mathesis* filosofija, Pitagoras, Platonas, antikinė muzikos intervalų teorija, sferų muzika, *quadrivium*

Jau daugiau nei du tūkstančius metų sviri idėja apie matematinį pasaulio pagrindimą inspirovo šios idėjos tyrimus. *Mathesis* teorija, kaip visuotinės darnos pagrindas, glaudžiai susijusi su grožio kategorija, mėgina paaiškinti ir apibrėžti, kas suteikia galimybę matematinis procesus vadinti estetiškais, ir yra matematikos gelmėse slypinčios harmonijos nuolatinė paieška.

Akivaizdu, jog tikrasis matematikos grožis atsiskleidžia suvokus jos galimybes ir rafinuotumą¹, o skaičių operacijos, simetrijos ir proporcijų dėsningumai įvairių epochų

¹ Matematikai svarbu apskaičiavimų grakštumas, todėl vieną tos pačios teoremos įrodymo būdą galima apibūdinti tikros elegancijos pavyzdžiu, o kitą – tik sausu teoriniu veiksmu. Matematinų lygčių sprendimas tapatinamas su meno kūrinio procesu, o ne tik mechaniška manipuliacija ženklais. Matematikus žavėjo iracionalieji skaičiai, pavyzdžiui, skaičiaus π savybė – tai begalinė trupmena, kuri yra tarsi už žmogaus suvokimo galimybių ribos, kaip ir galvosūkis apie greitakojį Achilą, kuris taip niekad ir nepasiveja vėžlio. Tai vadinamasis Zeno (Zeno iš Elijos, Ζήνων ὁ Ἐλεάτης, ~490 pr. Kr.?– ~430 pr. Kr.?) tęstinumo paradoksas. Jei vėžlys pirmas pajuda iš taško A į tašką B, vėliau iš to paties taško A paskui vėžlį pajudėjęs Achilas jo niekaip nepasiveja ir kas kartą atsilieka tam tikru atstumu: Achilui pasiekus tašką B, vėžlys jau bus nuėjęs iki taško C, Achilui pasiekus tašką C, vėžlys jau bus pajudėjęs link taško D ir t. t. Analogiškas pavyzdys yra begalinis sumavimo procesas norint apskaičiuoti skaičių 1: akivaizdu, jog $1 = 1/2 + 1/2$ arba $1 = 1/2 + 1/4 + 1/4$, arba $1 = 1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/8$, bet šis procesas tampa begalinis, jei sumuojami perpus mažesni elementai $1 = 1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + 1/32 \dots$ (pagal: http://www.mathacademy.com/pr/prime/articles/zeno_tort/index.asp, žiūrėta 2007 10 23).

Teigiama, jog G. Galilėjus (Galileo Galilei, 1564–1642) matematiką vadino abėcėle, kuria „Dievas užrašė pasaulį“ (angl. „Mathematics is the alphabet with which God has written the universe“). R. Buelowas teigia, jog šią citatą užrašė G. Galilėjus traktate *Saggiatore* (1623, pagal: <http://www.wels.net/cgi-bin/site.pl?2617&collectionID=1008&contentID=43303&shortcutID=19776>, žiūrėta 2007 01 10). Dieviškąją proporciją (lot. *Sectio divina*) tyrinėjantis H. E. Huntley'us mokslininko, išsprendusio ar įrodžiusio teoremą, jausmą prilygina gėrėjimuisi meno šedevru; grožio apibrėžimą su skaičiumi sieja rusų filosofas A. F. Losevas (1893–1988): jo nuomone, grožis yra kai kas „beasmeniška“ – nei dvasia, nei asmenybė, bet beasmenė, nekokybinė struktūra, „pirminis grūdas“, „visos konstrukcijos sąsaga“, t. y. būtent skaičius (Лосев 1963: 506–507).

ore – oro ir ugnyje – ugnies, ir nė vieno elemento negalima galutinai suskaidyti į kitą, ir todėl pasaulio mašina negali žūti“ (Mažeikis 1998: 134)⁴.

Tačiau itin akivaizdžią matematizuotos muzikos sampratos formavimosi pradžią išvėliojame būtent antikoje suformuotoje skaičiaus, kaip pagrindinio universumo⁵ konstrukcinio elemento, teorijoje – skaičiai buvo interpretuojami kaip sudėtinės realybės dalys, jų santykiai tapo raktu aiškinant gamtos ir pasaulio tvarką⁶. Antikoje buvo apibrėžta įtakinga pitagoriškoji muzikos intervalų sistema, paremta matematiniais santykiais ir lygiagrečiai lydima simbolinių skaičių prasmių, siejamų su universumu; muzikos intervalų skaitmeniniais santykiais buvo grindžiami gamtos dėsniai: planetų atstumų, daiktų kombinacijų, žmogaus sielos, kosmoso analogijos⁷. Taigi Senovės Graikijos pasaulėžiūroje visa supantis pasaulis buvo interpretuojamas kaip tobulo tvarkos pavyzdys – *kosmos* (gr. *χoσμος* – tvarka⁸), kurio provaizdžiui Herakleitas iš Efeso (Ηράκλειτος ὁ Ἐφεσῖος, ~535–475) vartojo terminą „tonos“ (gr. *τονος* – „įtempimas“), kalbėdamas apie pirminės įtemptos stygos idėją kaip pasaulio sukūrimo hipotezę – kai visa ko pradžioje buvo stiprus garsas⁹. Graikiškoje pasaulio sandaroje visuotinės darnos – kosmoso – harmonijos, simetrijos ir proporcijų pagrindas buvo *arithmos* (gr. *Αριθμος* – skaičiai), nes tyrinėdami astronominius kosmoso dėsningumus antikos mąstytojai pastebėjo jų tarpusavio harmoningus santykius, kuriuos išreiškė matematiškai, o tokius sutapimus (gr. *ισος μορφη* – izomorfizmas, loginių, matematinių apskaičiavimų sutapimai) interpretavo kaip kosmoso grožį. Galima teigti, jog tai buvo sąmoningai siejama su muzikos skaitmeniniais santykiais, t. y. vieni pirmųjų muzikos ir matematikos, garso ir skaičiaus sąveikos klausimus europiečių kultūroje iškėlė pitagoriečiai iš tiesų gvildeno muzikos intervalų

⁴ Matematinis pagrindas ryškėja ir antikoje nustatytos abstrakčiosios (arba spekuliatyviosios) muzikos teorijoje, kuri, V. Šestakovo teigimu, apėmė muzikos aritmetiką ir muzikos fiziką (*Античная музыкальная* 1960: 9). Toks matematinis pagrindimas buvo plėtojamas ir vėlesnėse epochose, pavyzdžiui, A. Fuldos (1455–1505) traktate *De musica* (*Apie muziką*, 1490) du muzikos tipai priskirti matematikos ir fizikos mokslų šakoms (*musica mundana* ir *humana*). J. Kepleris muzikos teoriją vadino tobulu mokslu (vok. *vollkommene Wissenschaft*), kurio amžinasis pagrindas yra matematika: „in der Mathematik ihre principia aeternae veritatis hat“ (Heher 1992: 30); baroko teoretikai G. Leibniztas, J. Lippiusas, J. Adlungas ar A. Werckmeisteris *musica scientia* tipą (muzikos dichotomija, atskyrusi praktinį (meno – *ars*, *musica practica*) ir teorinį (mokslinį – *scientia*, *musica theorica*) muzikos tipus) dar vadino „skambančia matematika“, „matematinio žinojimu“, „matematikos dukra“ ar „matematinio mokslu, kuriančiu harmoningą dainavimą“ (Лобанова 1994: 128).

⁵ Lot. sąvoka *universus* (visuotinis, viskas viename) pasitelkiama kaip pasaulio, kosmoso (gr. *κόσμος* – tvarka, tvarkingas sudėstymas, harmoninga sistema) išraiška.

⁶ Konstruktyvi antikinė pasaulėžiūra lėmė Aristotelio scholastišką grožio definiciją: grožio kriterijai yra „tvarka, proporcija ir tikslumas“, kurie „akivaizdžiai saviti matematikos mokslams“ (cituoja iš: Blackwell 2000: 162).

⁷ VI a. pr. Kr. pitagoriečiai kalbėjo apie muzikos santykiuose atsispindinčią pasaulio sandarą. Tai paliko ženklą ir vėliau, renesanso pasaulėžiūroje, kuri atliepė antikos grožio filosofiją ir jos materialią išraišką – matematiniais simboliais išreikštų proporcijų santykius, jų atgaivinimą ir įkūnijimą įvairiose meno srityse – architektūroje, literatūroje, dailėje ar muzikoje. Pavyzdžiui, N. Tarasevičius kompozitoriaus J. Obrechto (1457/8–1505) polinkį muzikos kūrinėje atlikti sudėtingus kombinatorinius veiksmus su *cantus firmus* suvedė į renesanso estetikai ir meninei veiklai savitą žaidybinį pradą, kai „skaičius funkcionavo ne kaip skaičius, o kaip žaidybinio prado išraiška“ (Тарасевич, 1995: 44). (Beje, renesansinį *homo sapiens* filosofai dažnai vadino *homo ludus* – žaidžiantis žmogus.)

⁸ Bei jo sinonimas „harmonija“ (gr. *αρμονια* – ryšys, skambesys).

⁹ Ši idėja rezonuoja su muzikos kaip pasaulio kūrėjos aiškinimu Egipte: senovės Egipte lyra simboliškai buvo tapatinama su žmogumi (instrumento korpusas simbolizavo fizinį žmogaus kūną, stygos – nervų sistemą, lyros skleidžiama muzika – žmogaus sielą, o užgaunant stygas / nervus buvo kuriama harmoninga siela) (Hall 1928: 81).

„matavimo“ ir jų raiškos skaitmeniniais santykiais atitikmenų idėjas, kurias inkorporavo į kosmoso sandaros tyrimus. Tai lėmė sferų harmonijos / muzikos, arba vadinamosios universalios harmonijos / muzikos (lot. *musica universalis*), koncepcijos gimimą – muzikos garsų santykiuose pasikartojančias skaičių proporcijas to laikmečio mąstytojai prilygino kosmoso charakteristikoms: mikro- (žmogaus kūnas) ir makropasaulis (visata) interpretuotas kaip įtempta styga, dalijama į tobulus intervalus, o muzikos intervalai savo proporcijomis atitiko sferų harmonijos tobulumą – taigi kosmoso darnos prigimtis buvo suvokiama kaip muzikinė.

Sferų harmonijos / muzikos (planetų santykiuose skambančios universalios muzikos) koncepcija iš tiesų buvo tikslių matematinių apskaičiavimų rezultatas. Pitagoras apibrėžė skaitmeninius muzikos intervalų santykius formule $(n + 1) : n^{10}$, o muzikos intervalų skaitmeninės išraiškos pamatas buvo vadinamoji Pitagoro tobulųjų skaičių 1–2–3–4 eilė – *tetraktidė* (*Tetractys*¹¹).

¹⁰ Jo teoriją Filolajas (Φιλόλαος, 480–385 pr. Kr.) papildė teiginiu, jog pilną toną sudaro dviejų pustonių ir Pitagoro komos suma. Archytas (Αρχύτας, 428–347 pr. Kr.) toliau plėtojo pastebėjimus, jog muzikiniai intervalai oktava 2 : 1, kvinta 3 : 2, kvarta 4 : 3 ir tonas 9 : 8 ar bet koks kitas intervalas, išreiškiamas minėta formule, iš esmės negali būti racionaliais skaičiais padalytas į du lygius intervalus, o aritmetinio ir harmoninio santykio visuma lygi geometrinio santykio kvadratui. Ch. Scribos nuomone, Archytas atvėrė naujas muzikos intervalų skaitmeninės išraiškos galimybes: grynoji kvinta 3 : 2 gali būti išskaidyta į intervalus 5 : 4 (didžioji tercija) ir 6 : 5 (mažoji tercija) bendru santykiu 6 : 5 : 4; kvarta 4 : 3 skaidoma į 7 : 6 (sumažinta tercija) ir 8 : 7 (padidintas pilnas tonas) santykiu 8 : 7 : 6 (pagal: <http://mtcs.truman.edu/~thammond/history/Galileo.html>, interneto prieiga 2006 08 20).

Skaitmeninio intervalų pagrindimo istoriją perfrazuoja legenda apie graikų matematiką, filosofą Pitagorą: išgirdęs iš kalvės sklindančius kūjų išgaunamus skirtingus sąskambius Pitagoras nustatė, kad tam tikrą muzikos intervalų skambėjimą lėmė skirtingo svorio kūjų atitinkami santykiai ir kad pirmųjų natūralios skaičių eilės skaičių santykiai lėmė pačius darniausius garsų sąskambius. Muzikologas H. Husmannas vienastygio instrumento monochordu (gr. *μυσοχορδος* – viena styga) atkuria, kaip senovės graikai sudarė skaitmeninius muzikos intervalų atitikmenis. Teigiama, kad monochordą VI a. pr. Kr. išrado Pitagoras. Senovės Graikijoje šis instrumentas buvo naudojamas mokant dainuoti, kaip muzikos teorijos (nustatant intervalus ir dermes) pavyzdys; priklausomai nuo to, kurioje stygos vietoje uždedamas pirštas, buvo išgaunamas konkretus intervalas: padalijus stygą pusiau 2 : 1, skambėjo oktavos intervalas; uždėjus pirštą dviejų trečdalių stygos ilgio vietoje 3 : 2, skambėjo kvintos intervalas ir t. t. (Husmann 1961). Analogišku principu buvo išvesti ir kitų muzikinių intervalų santykiai, sudarantys grynąją temperaciją, kuriuos vokiečių muzikologas H. Husmannas suvedė į intervalų medį (Husmann 1961). Vis dėlto antikinė grynoji temperacija ~1700 m. imta laikyti netobula, todėl A. Werckmeisteris nustatė vadinamąjį „tobuląjį derinimą“ (Apel 1970: 835–836). Tačiau iki oktavos tolygios temperacijos į 12 pustonių muzikos teorijoje minėtini ir kiti mėginimai: XVII a. viduryje N. Vicentino pasiūlė oktavos dalijimą į 31 padalį; G. Zarlino ir F. Salinas siūlė oktavos dalijimą į 19 lygių dalių.

¹¹ *Tetraktidės* mistifikaciją aptinkame neoplatoniko filosofo Jamblichio (Ἰάμβλιχος, ~245 – ~325) paaiškinime: „Kas yra Delfų orakulas? Tetraktidė, harmonija, kuri skamba sirenoms dainuojant“ (Barbera 1984). Šių skaičių tobulumą Pitagoras grindė įvairiomis jų savybėmis, pavyzdžiui, jų sumos (1 + 2 + 3 + 4) rezultatas yra antikinėje pasaulėžiūroje ypatingas skaičius 10, *tetraktidės* analogija nurodomos keturios pasaulio šalys ar keturi elementai. *Tetraktidės* estetinę įtaigą liudija, jog iš skaičių 1–2–3–4 sudaromos proporcijos antikoje laikytos tobulumo, kosminio stabilumo garantu. Atitinkamai su šiais skaičiais sudaromi trys muzikos intervalai taip pat interpretuoti kaip ypač darnūs sąskambiai – konsonansai (oktava 2 : 1, kvinta 3 : 2 ir kvarta 4 : 3); tai skatino ir pačias skaitmenines proporcijas vadinti konsonansinėmis. *Tetraktidės* paslaptis slypi ir taškų piramidėje, kurios grafinė išraiška buvo lygiakraštis trikampis:

	0		1		
	00		2		
0	0	00		3	
	0	0	0	0	4

Ši išraiška taip pat reprezentavo spalvų ir muzikos garsų analogiją: piramidės viršuje esantys trys taškai – tai trigubai skaisti balta, kaip dieviškumo simbolis, kiti septyni taškai – spalvų spektro septynios spalvos, atitinkančios septynis muzikos garsus: *do* – raudona, *re* – oranžinė, *mi* – geltona, *fa* – žalia, *sol* – žydra, *la* – indigo, *si* – violetinė, purpurinė (Hall 1928: 84).

C. Dahlhauso nuomone, tradicinį *tetraktidės* tobulumo apibrėžimą šiek tiek „klaidino“ neatiitikimas – undecimos intervalas (grynoji kvarta per oktavą), būdamas tobulas, vis dėlto buvo išreiškiamas vienu ne *tetraktidės* skaičiumi 3 : 8 (Dahlhaus 1985: 18). Tai paaiškina, kodėl antikos mąstytojai, siekdami įteisinti undecimos konsonansiškumą, greta tradicinio pirmųjų skaičių ketverto 1–2–3–4 traktatuose minėjo ir kitą svarbų skaičių ketvertą 6–8–9–12, kuriame yra undecimos ir duodecimos proporcijoms reikalingi nariai. Būtent pastaroji skaičių seka buvo vadinama muzikine tetraktide, ji taip pat išreiškė trijų proporcijų – aritmetinės, geometrinės ir harmoninės – galimybes (Barbera 1984: 192, 198)¹². Tačiau bene taikliausią muzikiniais skaičiais grįstos pasaulio sandaros įrodymą antikinėje literatūroje pateikia Platono dialogas „Timajas“¹³, kuriame filosofas, dėstydamas Kosmoso sukūrimo teoriją, teigė Demiurgą (gr. *δημιουργος* δ – kosmoso kūrėjas) tam tikrais matematiniais veiksmis sukūrus pasaulį pagal savo paties atvaizdą:

„Kūrėjas panoro, idant viskas pasidarytų kiek įmanoma panašu į jį patį“ (Platonas 1995: 66) ir pagamino kosminę sielą iš mišinio, kurio proporcijoms buvo naudojami Kosmoso skaičių septyniario 1–2–3–4–8–9–27 ir skaičių proporcijų algoritmai: „<...> pirmiausia nuo visumos [tai yra mišinio] atskyrė [Kūrėjas] vieną dalį (1), paskui antrą – dukart didesnę (2), trečią – pusantro karto didesnę už antrąją ir triskart didesnę už pirmąją (3), ketvirtą – dukart didesnę už antrąją (4), penktą – triskart didesnę už trečiąją (9), šeštą – aštuonis kartus didesnę už pirmąją (8), septintą – dvidešimt septynis kartus didesnę už pirmąją (27)“ (Platonas 1995: 72).

Tyrinėjant šią Platono dialogo atkarpą, matyti, jog proporcijos, kuriomis filosofas aiškino Demiurgo darbą, sutapo su skaitmeniniais oktavos (gr8 = 2 : 1), kvintos (gr5 = 3 : 2), kvartos (gr4 = 4 : 3) ir pilno tono (9 : 8, t. y. 4/3 : 3/2) santykiais. Taigi vadinamojo kosminio septyniario 1–2–3–4–8–9–27 pirmų narių santykiuose atsikartojo muzikinių intervalų išraiškos. Kadangi antikos pasaulėžiūroje ypatingą vietą užėmė ir keturių elementų (dar pirmųkščio žmogaus įsisąmonintų pirminių egzistencinių prielaidų ketvertas – Ugnis, Žemė, Vanduo ir Oras) įtaka pasaulio sukūrimui, į bendrą Kosmoso sąskambį buvo įtraukti ir jie. Toliau teikiamas pavyzdys liudija, jog antikinė skaičių *tetraktidė*, pasitelkus muzikos intervalų skaitmeninius atitikmenis, buvo interpretuojama ir kaip tobulųjų muzikos intervalų, ir kaip keturių kosmoso elementų tarpusavio santykių analogija – skaičiais kuriamas visuotinos kosmoso darnos glaudus ryšys. Be to, būtent toks universalizuotas skaitmeninis muzikos intervalų pagrindimas antikinėje koncepcijoje leido suformuoti sferų muzikos idėją, t. y. atstumus tarp žemės ir planetų atskleisti kaip darnų skambėjimą. Muzikos intervalų skaitmeniniai santykiai

¹² XV a. *tetraktidės* ribos išplečiamos iki heksachordo – *senario* (skaičių seka iki 6). G. Zarlino (1517–1590), motyvuodamas, jog skaičius 6 laikomas pirmuoju tobulu skaičiumi (lygus savo daliklių sumai), *senario* analogais nurodė šešias žmogaus amžiaus pakopas, šešias planetas. Taip buvo siekiama naujų intervalų matematinės formules įteisinti kaip tobulas – tokiu būdu *senario* skaičių ribose sudaromas mažąją ir didžiąją tercijas (4 : 5 ir 5 : 6) bei didžiąją sekstą (5 : 3) tapo įmanoma įvardyti konsonansiniais intervalais (Dahlhaus 1985: 23; taip pat pagal: G. Zarlino, *Le istituzioni harmoniche*, 1558, iš: Theory, theorists §9, *The New Grove. Dictionary of Music & Musicians*, ed. by Stanley Sadie, 1980, vol. 11, p. 754–755). Beje, G. Zarlino idėjų įkvėptas G. Galilėjus atmetė intervalų skirstymus į tobulus ir netobulus, konsonansinius ir disonansinius, bet pavadino juos visus, *senario* eilėje ar už jos ribų esančius, natūraliais sąskambiais (pagal: Galilei, *Discorso intorno all'Opera Messer G. Zarlino*, 1589, iš: Theory, theorists §9, *The New Grove. Dictionary of Music & Musicians*, p. 755).

¹³ Matematiškai apskaičiuojamo grožio idėja yra viena svarbiausių Platono traktatų temų. Dialoge „Timajas“ (Τιμαος, apie sukūrimo datą žinoma tik tiek, kad dialogas buvo parašytas po trečios Platono kelionės į Siciliją – ~361 m. pr. Kr.) aprašyta skaitmeninių santykių svarba pasaulio kūrimo procesui.

buvo pritaikyti atstumams nuo žemės iki atskirų planetų, ir tai sukūrė dangaus kūnų harmoningą skambesį¹⁴:

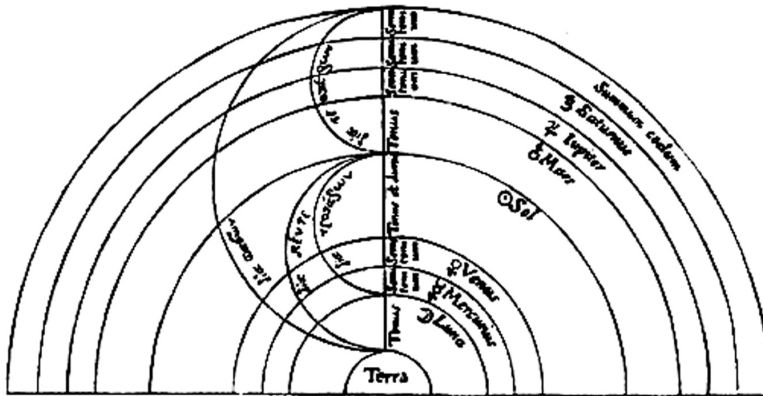
$$\text{ugnis} - \text{žemė} = 1/2 = \text{gr}8$$

$$\text{ugnis} - \text{oras} = 1 : 4/3 = \text{gr}4$$

$$\text{ugnis} - \text{vanduo} = 1 : 3/2 = \text{gr}5$$

$$\text{oras} - \text{vanduo} = 4/3 : 3/2 = \text{tonas}^{15}$$

Pitagoro filosofijoje apibrėžta antikinės pasaulio sandaros koncepcija iki šiol nepaliauja žavėti kaip visa aprėpianti sistema – kiekviena planeta buvo tapatinama ne tik su konkrečiu muzikos garsu, intervalu ar skaičiumi, bet ir spalva, geometrine forma; atskiros planetos buvo „girdimos“ kaip septynių graikų muzikos dermių sąskambiai, pavyzdžiui, Saturnas skleidė dorinę dermę, Jupiteris „skambėjo“ frygiškai¹⁶; septynios lyros stygos atitiko žmogaus kūno ir planetų santykius; buvo teigiama, jog atstumai tarp dangaus kūnų „suskbėjo“ septyniomis graikų abėcėlės balsėmis: Žemė–Mėnulis – A (Alpha), Mėnulis–Merkurijus – E (Epsilon), Merkurijus–Venera – H (Eta), Venera–Saulė – I (Iota), Saulė–Marsas – O (Omicron), Marsas–Jupiteris – Y (Upsilon), Jupiteris–Saturnas – Ω (Omega) (Hall 1928: 82–83).



1 pav. Antikinė sferų muzikos diagrama – muzikos intervalų ir dangaus kūnų skaitmeniniai atitimenys T. Stanley'aus traktate *The History of Philosophy (Filosofijos istorija, 1655–1660, pavyzdys iš: Hall 1928: 81)*

Sferų harmonijos teorija sulaukė plataus atgarsio vėlesnių epochų pasaulėžiūroje. Antikinėje dangaus kūnų judėjimo teorijoje tobuliausiai laikytas judėjimas ratu, kaip „artimiausias

¹⁴ Planetų atstumai tarpusavy „skambėjo“ tonais ir pustoniais, kurių suma lygi tobuliausiam – oktavos – intervalui: Žemė–Mėnulis – tonas, Mėnulis–Merkurijus – pustonis, Merkurijus–Venera – pustonis, Venera–Saulė – tonas ir pustonis, Saulė–Marsas – tonas, Marsas–Jupiteris – pustonis, Jupiteris–Saturnas – pustonis, Saturnas–bet kuri žvaigždė – pustonis. Intervalų suma lygi šešiams tonams arba oktavos intervalui (Hall 1928: 82).

¹⁵ Šie intervalai buvo nustatyti remiantis keturių elementų tarpusavy medžiaginėmis proporcijomis: dar pitagoriečiai apibrėžė, jog žemę sudaro keturios jos pačios dalys, vandenį sudaro trys žemės ir viena ugnies dalis, orą sudaro trys ugnies ir viena žemės dalis, ugnis yra keturios jos pačios dalys.

¹⁶ Vėliau Platonas ir Aristotelis apie muzikos dermių afektus diskutavo kaip apie muzikos dermių edukacinę, terapinę, karingąją paskirtis.

protui ir mąstymui¹⁷ (Platonas 1995: 71). Šis teiginys rezonuoja su apskritimo interpretacija viduramžiais (apskritimas reiškė dieviškąjį pradą ir tobulybę) ir renesanse (teigta, kad tobuli kūnai – planetos – juda tik tobula apskritimo trajektorija)¹⁸. Baroko muzikoje judėjimo ratu, apskritimo simboliai turėjo keletą reikšmių ar paskirčių: apskritimas, arba ratas, simbolizavo pabaigą, o natomis vaizduojamas ratas arba du pusračiai privalėjo būti suvesti į unisoną (Лобанова 1994: 125). Antikinės universaliosios muzikos koncepcija, kaip pasaulio monochordo pavyzdys, randama R. Fluddo (Robertus de Fluctibus, 1574–1637) traktate *De Musica Mundana* (Pasaulio muzika, 1618). Muzikos elementų teorijos diagramoje R. Fluddas atkar-tojo pitagoriškąją muzikos intervalų ir keturių elementų tarpusavio harmoningų ryšių idėją (kaip keturių elementų tarpusavio proporcijos skleidė oktavos, kvintos ir kvartos sąskambius). Sferų muzikos atgarsiais paženklintos baroko epochos mąstytojų mintys. Pavyzdžiui, vokiečių matematikas ir astronomas J. Kepleris (1571–1630) traktate *Harmonices mundi* (1619), mąstydamas apie sferų muziką, savo matematinei planetų judėjimo teorijai suteikė muzikinį kontrapunktą (Bayreuth 2004) – muzikinį planetų judėjimą užrašė natomis, teigdamas, jog planetų orbitos yra ne apskritimai, bet ovalai, o ovalinės trajektorijos kuria melodijas¹⁹. J. Keplerio teorijoje apie sferų muziką kosmoso prigimtis buvo suvokiama kaip paslaptinga, okultinė harmonija, tai yra dieviškųjų kūnų harmoningas skambesys (lot. *concentus*), kuri Dievas, kaip sumanus vargonininkas, kūrė pagal skaičių proporcijas, formuodamas „tobulą simfoniją“ (Heher 1992: 30). Apie mikro- ir makrokosmosų santykį, magiškąjį ir racionalųjį jų ryšį, įrodomą skaičių procedūromis, kalba A. Kircheris traktate *Musurgia universalis* (1650), kuriuo remiantis pagrindinę barokinės vokiečių muzikos estetinės idėjos konstantą apibrėžtume kaip muzikos pavaldumą, paklusnumą kosmologinei tvarkai ir jos principams, nes muzikos garsas fiksuoja mikro- ir makrokosmoso ryšį (Лобанова 1994: 120–121). XVII a. teoretikai (J. Waltheris, A. Kircheris, T. Morley, M. Lutheris ir kt.) buvo įsitikinę, kad egzistuoja „dangiškoji kapela“, kurioje užsitarnauti vietą, J. Waltherio tvirtinimu, gali tik tas, kas žemėje prisilaikė skaičių harmonijos principo – sąskambių sekos dėsningumo, išreikšto skaičių seka 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8. Toks kompozitorius tampa dieviškosios tvarkos ir dangiškosios harmonijos reiškėju. Galima teigti, jog tariama sąsaja estetiniu požiūriu išvelgiama tarp pitagoriškosios muzikos, kaip pasaulio harmonijos sąvokos, ir romantizmo laikmečiu kilusių diskusijų apie *absoliučią muziką*, iškeliant jos idealumą ir traktavimą aukščiau abstrakčios muzikos²⁰. Apibrėždamas muzikos absoliutumą XX a. filosofas R. Scrutonas rėmėsi matematikos skirstymo į grynąją ir taikomąją analogija (Scruton 2007).

¹⁷ Beje, ir senovės indų pasaulėžiūroje geometrinių formų tobulumą įkūnijo apskritimas. Tai paaiškina indų muzikinėje estetikoje itin sureikšminamą santykį 22 : 7 (indų muzikos teoriją reprezentuojantys 22 muzikos intervalai ir septyngarsė skalė), nes šis skaičių derinys yra artimas apskritimo ir jo skersmens matematiniam santykiui.

¹⁸ Tobuloms *mathesis universalis* geometriniams figūroms, kaip antikos laikais, priskiriami trikampis, tiesė, taškas, tobuliausia dieviška figūra – apskritimas, meniniai ir stilistiniai simetrijos modeliai (Mažeikis 1998: 134). Viduramžiais laikytasi nuomonės, kad Žemė, slegiama nuodėmių naštos (*massa confusa*), yra netobula, niekinga, neturi teisės judėti kaip dieviškos planetos. Tačiau renesanse iš ankstesnės epochos perimtas dieviškumo atspalvis – pasaulio suvokimas kaip Dievo eksplikacija (lot. *explicatio* – išsirutulijimas, išskleidimas) – lėmė Žemei, kaip Dievo kūriniui / vaisiui, pagarbesnę vietą tarp dangaus kūnų.

¹⁹ Pagal: <http://www.hetorgel.nl/e1999-24.htm>, interneto prieiga 2007 01 10.

²⁰ Romantikų filosofų ir kritikų diskusijos apie absoliučią muziką sukėlė E. Hanslicko (1825–1904) atkaklią absoliutaus meno (vok. *absolute Tonkunst*) gynybą – jis pasisakė apie muzikos grynumą, idealią muzikos formą „be priemaišų“ (tokia gali būti tik instrumentinė muzika, nes vokalinė muzika, lydima literatūrinio teksto, yra netinkama). Polemiką E. Hanslicko mintims sudarė, pavyzdžiui, R. Wagnerio, F. Liszto pasisakymai apie programinę muziką, tai yra, kad visokia muzika turi prasmę.



2 pav. J. Keplerio sudaryti muzikos garsų ir dangaus kūnų atitikmenys (pavyzdys iš: <http://ircamera.as.arizona.edu/NatSci102/NatSci102/images/kepharm3.gif>, žiūrėta 2007 10 27)

Akivaizdu, jog viena ilgaamžiškiausių temų muzikos teorijoje – muzikos ir matematikos sąveika – lėmė tai, jog dar muzikos filosofijoje pradžioje buvo atkreiptas dėmesys būtent į šį ryšį. Matematikos ir muzikos sąveikos aktualumą ir vėlesnėse epochose liudija, pavyzdžiui, tarp J. Matthesono (traktate *Plus ultra*, 1754–1756) ir L. Mizlerio (tešiniame leidinyje *Neu eröffnete musikalische Bibliothek*, įkurtas 1737) vykusį diskusiją. Atsakydamas į J. Matthesono pastebėjimą, jog matematika nėra muzikos pagrindas²¹, L. Mizleris argumentavo: „Matematika yra muzikos širdis ir siela. <...> Muzikos kūrinių taktai, ritmas, dalių proporcijos ir kita turi būti apskaičiuoti / pamatuoti. <...> Natos ir kiti ženklai tėra muzikos įrankiai, bet muzikos širdis ir siela yra melodijos ir harmonijos teisingos proporcijos“²². Arba – romantizmas išsiskyrė itin suklestėjusiu antiracionalizmu, šiuo laikotarpiu stebima matematikos ir muzikos antagonizmo kulminacija²³ (Холопов 1982: 78). Tačiau XIX a. parašomi tokie konstruktyvūs veikalai kaip J. M. Capeso straipsnis „Music and Architecture“ („Muzika ir architektūra“, 1867) apie gotikinių katedrų ir kontrapunktinės muzikos kompozicijos analogijas ar W. Schulzto *Harmonie der Baukunst (Architektūros harmonija*, 1891) apie architektūrinių proporcijų ir muzikos intervalų sąveiką architektūroje (Saleh 2004: 14). Šiandienos muzikologai aukso pjūvio įtaką išvelgia F. Chopino preliuduose (Escot 1999), L. van Beethoveno Penktosios simfonijos pirmosios dalies stuktūroje (Madden 1999) ar G. Puccini „Bohemos“ dramaturgijoje (Atlas 2003); apie aukso pjūvio ir sonatos formos struktūros analogijas kalbėjo ir L. A. Mazelis (Takenouchi 1987: 7–8).

XX a. muzikos ir matematikos, garsų meno ir skaičiaus konstruktyvios sąveikos tampa itin įvairialypės, koegzistuojančios kaip skirtingų numerologinių tradicijų sankloda. Matematika tampa konstruktyviu muzikos teorijos pagrindu, pavyzdžiui, F. Lerdahlio ir R. Jackendoffo (1980-ųjų laikotarpis), kurios išvalgos buvo perimtos iš H. Schenkerio *Ursatz* teorijos (partitūros redukcijos ir prolongacijos procesai); matematinis formalizavimas būdingas 1980-ųjų pradžioje D. Lewino pristatytai muzikos teorijai apie conceptualią muzikos erdvę, jos taš-

²¹ J. Matthesono raštuose tiesioginių pasisakymų apie muzikos ir skaičiaus sąveiką nėra, bet vis dėlto, nagrinėdamas muzikos komponavimo procesą, muzikologas reikšmingą vietą skiria muzikos kūrinių konstruktyvumui, kūrinių komponavimą tapatina su architektūrine konstrukcija ir jai savitais išankstiniais apskaičiavimais: minėtame traktate J. Matthesonas rašė, jog pradžioje kompozitorius turi nubrėžti kūrinių kontūrus, įvertinti atskirų parametrų tarpusavio derėjimą / harmoniją, kiekvienos dalies matmenys turi harmonizuoti su kūrinių visuma (Tatlow, Griffiths 2007).

²² L. Mizlerio citata iš traktato *Neu eröffnete musikalische Bibliothek* (1743, p. 54) (Tatlow, Griffiths 2007).

²³ Gr. *antagonistes* – priešininkas.

kus / elementus ir atstumus / intervalus tarp jų, vėliau nulėmusią Neo-Riemanno teorijos susiformavimą²⁴. Glaudų ryšį, egzistuojantį tarp muzikos ir matematikos, patvirtina ir XX a. kompozitoriai: G. Crumbas muziką apibrėžia kaip „proporcijų sistemą, tarnaujančią dvasiniam impulsui“ (Takenouchi 1987: 1); muzikinis mąstymas prilyginamas aksiominio mąstymo savarankiškumui (E. Křenekas) arba matematiniam ar fizikiniam mąstymui (P. Boulezas); įvairios matematinės operacijos tapo I. Xenakio kūrinių įkvėpimo šaltiniu; W. Lutosławskis muziką ir matematiką susiejo kaip du sudėtingus, bendra turinčius mokslus.

Atrodytų, remiantis E. Rothsteinu, muzika yra jausminga, o matematika abstrakti, muzika nekelia jokių problemų, o matematika tarpsta problemų sprendimuose (Rothstein 1984: 1066). Tačiau kalbėdami apie šias dvi sritis atkreipiame dėmesį į giliai egzistuojančias pamatines bendrybes. Pavyzdžiui, nors muzika ir matematika artikuliuojamos simbolių kalba, bet „muzika yra daugiau nei penklinėse šokinėjančios pusinės ir koteliai, taip pat kaip matematikos simboliai atgyja ėmus dirbti protui“ (Sautoy 2003: 78). Ir graikų matematiką Euklidą (Εὐκλείδης, ~300 m. pr. Kr.), vadinamą „geometrijos tėvu“, ir po beveik dviejų tūkstantmečių G. Galilėjų (1564–1642) jaudino klausimas, kodėl vienos garsų kombinacijos / sąskambiai skamba gražiau už kitus (Rothstein 1995: xvi). II a. mąstytojas, žinomas kaip pseudo Plutarčas, teigė, jog „Dievas viską sukūrė muzikinės harmonijos pagrindu“ (*Mathematics and Music* 2002: 1)²⁵.

Gauta 2008 11 30
Parengta 2008 12 22

Literatūra

1. Atlas Allan W., Stealing a kiss at the golden section: pacing and proportion in the Act I love duet of 'La Bohème', *Acta Musicologica*, 2003, vol. II, p. 269–291.
2. Barbera A., The Consonant Eleventh and the Expansion of the Musical Tetractys: A Study of Ancient Pythagoreanism, *Journal of Music Theory*, 1984, vol. 28, No. 2, s. 191–223.
3. Bayreuther R., Johannes Keplers musiktheoretisches Denken, *Musiktheorie*, 2004, 19. Jahrgang. Heft 1, s. 3–20.
4. Blackwell A. L., *The Sacred in Music*, Westminster John Knox Press, 2000.
5. Dahlhaus C., Musik und Zahl. Zur Geschichtlichkeit eines metaphysischen Prinzips (Music and Number. On the Historicity of a Metaphysical Principle), *Daidalos*, 1985, vol. 17, p. 18–25.
6. Escot P., *The Poetics of Simple Mathematics in Music*, Cambridge, 1999.
7. Hall Manly P., The Pythagorean Theory of Music and Color, *The Secret teachings of All Ages*, 1928, p. 81–84. (<http://www.sacred-texts.com/eso/sta/sta19.htm>, interneto prieiga 2007 10 27)
8. Heher E., *Beziehungen zwischen Mathematik und Musiktheorie im wandel der Zeiten*, Diplomarbeit für die Studienrichtung Musikerziehung, Hochschule für Musik und darstellende Kunst, Wien, 1992.
9. Husmann H., *Grundlagen der Antiken und Orientalischen Musikkultur*, Walter de Gruyter, Berlin, 1961.
10. Klotz S., *Kombinatorik und die Verbindungskunste der Zeichen in der Musik zwischen 1630 und 1780*, Berlin: Akademie Verlag, 2006.

²⁴ D. Lewino teorijoje muzikinė erdvė aprėpia visas tris muzikines dimensijas – ir garsų aukščio, ir ritmo, ir tembro parametrus, kurių kiekvienas į klases struktūruojamas pagal modulius. Intervalų tarp elementų tyrimui taikomos matematinų grupių ypatybės, formalizuojama „bendra intervalų sistema“ (angl. *Generalized Interval System*, GIS).

²⁵ Tačiau B. Russello (1872–1970) matematikos, kaip „šalto ir rūstaus grožio“, apibūdinime randame griežtą atsiribojimą nuo muzikos meno dėl jai būdingo puošnumo: „teisingas požiūris į matematiką yra toks, jog ji ne tik valdo tiesą, bet ir yra tikrasis grožis – šaltas ir rūstus grožis kaip skulptūra, be jokios užuominos į mūsų silpną prigimtį, be įmantrių tapybos ar muzikos papuošimų. Ji yra kilni ir tyra, rūsti tobulybė, kokią įkūnyti gali tik aukščiausias menas. Patirti tikrą džiaugsmą ir egzaltaciją, suvokimą būti daugiau nei Žmogumi yra meistriškumas, tą sugeba tik matematika ir poezija“ (Rothstein 1995: 139).

11. Madden Ch., *Fractals in Music: Introductory Mathematics for Musical Analysis*, Salt Lake City: High Art Press, 1999.
12. *Mathematics and Music: A Diderot Mathematical Forum*, ed. G. Assayag, H. G. Feichtinger, J. F. Rodrigues, Springer, 2002.
13. Mažeikis G., *Renesanso simbolinis mąstymas*, Šiauliai: Šiaulių universiteto leidykla, 1998.
14. *Musik: Geschichte ihrer Deutung*, Orbis Academicus. Problemgeschichten der Wissenschaft in Dokumenten und Darstellungen, hrsg. Von H. Pfrogner, München: Verlag Karl Alber Freiburg, 1954.
15. Platonas, *Timajas. Kritijas*, Vilnius: Aidai, 1995.
16. Powel N. W., Fibonacci and the Gold Mean: Rumbas, Rabbits and Rondeaux, *Journal of music Theory*, 1979, No. 23, p. 227–273.
17. Rothstein E., The Links between Maths and Music, *The Norton Reader*, ed. A. M. Eastman, 1984, vol. 6. New York, p. 1065–1070.
18. Rothstein E., *Emblems of Mind: the Inner Life of Music and Mathematics*, New York, 1995.
19. Saleh P. K., *Gefrorene Musik. Das Verhältnis von Architektur und Musik in der ästhetischen Theorie*. Doctoral Dissertation, Berlin. Technical University of Berlin, School of Architecture, 2004. (http://edocs.tu-berlin.de/diss/2004/salehpascha_khaled.pdf, interneto prieiga 2007 09 20)
20. du Sautoy M., *The Music of the Primes*, New York: Harper Collins, 2003.
21. Scruton R., Absolute Music, *Grove Music Online*, ed. L. Macy (accessed 28 September 2007). (<<http://www.grovemusic.com>>, interneto prieiga 2007 09 28)
22. Takenouchi A., *Numbers and Proportions in George Crumb's Solo Piano Compositions*, D. M. A. Dissertation, Northwestern University, 1987.
23. Tatlow R., Griffiths P., Numbers and music, *Grove Music Online*, ed. L. Macy (accessed 21 September 2007). (<<http://www.grovemusic.com>>, interneto prieiga 2007 09 21)
24. *Античная музыкальная эстетика*, Москва, 1960.
25. Лобанова М., *Западноевропейское музыкальное барокко: проблемы эстетики и поэтики*, Москва, 1994.
26. Лосев А. Ф., *Самое само*, Москва: Эксмо-Пресс, 1999.
27. Лосев А. Ф., *История античной эстетики*, т. 1: Ранняя классика, Москва, 1963.
28. Тарасевич Н. И., *Число и его значение в музыкальной композиции Возрождения*, сборник статей, Москва: Институт Гнесиных, 1995, p. 43–55.
29. Холопов Ю., *Гармония. Теоретический курс*, Москва: Музыка, 1988.
30. Холопов Ю., *Изменяющееся и неизменяемое в эволюции музыкального мышления, Проблемы традиций и новаторства в современной музыке*, Москва, 1982, p. 52–104.

RIMA POVILIONIENĖ

Aspects of ancient *mathesis* as the beauty of sound art

Summary

The article actualises the problem of the interplay between music and mathematics and portrays a wide spectrum of philosophical and aesthetic contacts. We believe that continuous associations between music and mathematics could be determined by the aesthetisation of mathematics as a subject of the philosophy of beauty. The theory of philosopher Aleksei Losev could serve as a fundamental substantiation of the interplay between music and mathematics. According to Aleksei Losev, the foundation of music is logical, i. e. mathematical, and a philosophical interpretation of this foundation reveals the generality which lies in the profundity of music and mathematics. Losev categorically segregated the sound art from music as a conception of a physical or psychological phenomenon (alleging that it was erroneous to analyse music from the affective point of view as a process entailing psychological experiences) and stated that music “may be compared only to the ideal numerical relationship”, because music and mathematics are of the same nature – ideal *sui generis* (Latin, meaning “of its own kind, “generating from itself”). All what distinguishes music from, and raises it above, mathematics is its being art. The logical thinking of mathematics (mathematics is the construction of the number itself, it speaks about numbers logically) is surpassed by the illogical thinking of music which expresses numbers in an artistic manner, performs expressive and symbolic construction and displays the artistic side of the number.

The first trend of the philosophy of music is probably linked to the relationships between music and mathematics. The mathematically based approach of philosophers towards music traces back to the 6th century BC and lies in the researches of Pythagorean musical intervals and their numerical equivalents. These are cosmologic observations of the Pythagoreans interpreting musical intervals as a reflection of the composition of the cosmos and the world (numerological relations of musical intervals were regarded as an analogy of the combination of planets, things and human soul), the quadrivium (a Latin word meaning “the four ways” or “the four roads”) formulated in Boethius’ tractate *De Institutione Musica*, where music is interpreted as a branch of mathematics in one line with arithmetic, geometry and astronomy. The concept of “harmony of the spheres”, as based on the interrelations between sounds and numbers, sent wide-reaching ripples to later epochs, for example, the tractate *Harmonices Mundi* (“The Harmony of the Worlds”, 1619) by Johannes Kepler (1571–1630). The relationship of micro-and macrocosmoses and the relational linkage thereof, as provable by means of numerical procedures, is mentioned in the tractate *Musurgia Universalis* (1650) by Athanasius Kircher (1602–1680) on whose basis the main constant of the aesthetic idea of the German Baroque music is defined as the dependence of music on the cosmological order and its principles, because relationships between the microcosm and the macrocosmos are recorded by musical sounds.