

## Hidrologija • Hydrology

# Lietuvos ežerų statistika

Jonas Jablonskis,

Aldona Jurgelėnaitė

Lietuvos energetikos institutas,  
El. paštas: alda@mail.lei.lt

Jablonskis J., Jurgelėnaitė A. Lietuvos ežerų statistika. *Geografija*. 2007. T. 43. Nr. 2. ISSN 1392-1096.

Remiantis Valstybės vandens telkinių kadastro ir neoficialiais ežerų morfometriniais duomenimis, straipsnyje aptariama ežero sąvoka, dabartinių ežerų dydis matematinės statistikos ir tikimybių teorijos požiūriu, pagrindinių upių baseinų, atskirų upių baseinų rajonų ir bendras šalies ežerų plotas, ežeringumas. Grindžiama nuomonė dėl tikimybių teorijos taikymo tiriant įvairaus dydžio ežerų pasiskirstymą teritorijos požiūriu. Tikrinant nulines ( $H_0$ ) hipotezes išaiškintos skirtingo dydžio ežerų grupės, atskirų baseinų ežerų dydžio esminiai skirtumai. Lentelėse pateikti atskirų upių baseinų ežerų dydžio pagrindiniai statistiniai parametrai.

**Raktažodžiai:** ežeras, ežero dydis, matematinė statistika, tikimybė, kadastras

## ĮVADAS

Iš visų šalies vandens telkinių ežerai ištirti bene geriausiai. Susiformavo savita lietuviška regioninė limnologija, pateikusi išsamią informaciją ir patikimas išvadas apie mūsų šalies ežerų kilmę, morfometriją, vandens lygį, dinamiką ir termiką, sedimentacijos procesus, augaliją ir gyvūniją, ūkinį panaudojimą, rekreaciją, ežerų apsaugą ir kt. (Bieliukas, 1958; Kilkus, 2004). Visa tai galima laikyti Lietuvos ežerų ištirtumo statistika.

Statistika (lot. *status* – būklė, padėtis) – plati sąvoka, apimanti visuomeninių bei gamtos reiškinių ir procesų kiekybinių duomenų visumos rinkimą, apdorojimą ir analizę, tai ir mokslas su sava metodika, atskleidžiančia tų procesų ir reiškinių bendrąsias savybes (*Tarptautinių žodžių žodynas*, 1985). Lietuvos ežerų statistiką galime apibūdinti kaip informacijos apie ežerus visumą.

Dėl praktinio poreikio mes užsimoję kiek plačiau pagvilinti ežerų didumo statistiką, pasitelkdami bendrosios statistikos teoriją ir matematinės statistikos metodus. Tam tikslui apie kiekvieną ežerą būtina turėti patikimų apibūdinančių duomenų. Tai bene svarbiausia problema tiriant dabartinę ežerų būklę. Užsimota šią problemą spręsti valstybiniu mastu sudarant patikimą ir visiems prieinamą vandens telkinių valstybės kadastrą (*Valstybės žinios*, 2000).

## KAS YRA EŽERAS?

Kadangi mūsų straipsnyje kalbama apie ežerų statistiką, pasekime mūsų limnologų pateiktą šio vandens telkinio sampratą: ežeras – gana didelė vandens masė, susitelkusi taip pat gana

dideliame žemės paviršiaus įdubime, susidariusiame tam tikroje aplinkoje (Bieliukas, 1958); ežerai – vandens užpildyta sausumos paviršiaus pažemėjimo dalis, neturinti tiesioginio ryšio su jūra arba vandenynu (*Lietuviškoji tarybinė enciklopedija*, 1978); ežerai – vandens prisipildę sausumos paviršiaus pažemėjimai, neturintys tiesioginio ryšio su jūra arba vandenynu (Tamošaitis, 1985); ežeras – dalį sausumos paviršiaus įdubimo ilgą laiką užimantis stovinčio vandens telkinys, neturintis tiesioginio ryšio su Pasauliniu vandenynu (Valiuškevičius, 2004); ežeras – tai vandens plotas natūralioje lomoje (*Dabartinės lietuvių kalbos žodynas*, 1993; Gailiušis, Jablonskis, Kovalenkoviėnė, 2001); tvenkinys – užtventka vieta (*Dabartinės lietuvių kalbos žodynas*, 1993).

Taigi kas apibūdina ežerą? Iš šių literatūroje pateiktų sampratų matyti, kad ežerai iš kitų vandens telkinių išsiskiria tuo, kad jie turi daubą, dauboje – vandenį ir tas vanduo nėra tiesiogiai susietas su jūra. Tos trys sąlygos yra būtinos ežerui, tačiau Lietuvoje pajūrio maža, todėl ši sąlyga gali būti išbraukta. Pasirinktas lakoniškiausias kalbininkų apibrėžimas: vandens plotas natūralioje lomoje. Taigi mūsų ežerai sudaryti iš vandens pripildytų lomų. Tai ir paprasta, ir sudėtinga. Sudėtinga, nes tos „lomos“, tiksliau ežerų dubenys, susidarė įvairiu laiku ir įvairiausiomis aplinkybėmis. Todėl iškyla papildomas klausimas, ar tie dubenys yra natūralios gamtinės kilmės, ar jie sudaryti mūsų valia? Pastarieji vadinami tvenkiniais arba antropogeniniais ežerais. Tuo klausimu yra skirtingų nuomonių: dažniausiai tvenkiniai nepriskiriami antropogeninių ežerų grupei, o užtventki ežerai – tvenkiniams.

## VANDENS TELKINIŲ KADASTRAI

Kadastras – tai valdžios įstaigų oficialus ūkio objektų sąrašas, kuriame pažymėtos tų objektų savybės. Anksčiau kadastrais buvo vadinami pagal vienodą metodiką ištirti ir tam tikrais rodikliais apibūdinti gamtos turtų – žemės, miškų, durpių, vandens telkinių (upių, ežerų, pelkių) – sąrašai. Dabartiniu metu tuos sąrašus-kadastrus (registrus) sudaro ir tvirtina atitinkami valstybiniai organai (*Valstybės žinios*, 2000; 1992; 2001; 2003; 2004).

Remdamasi Lietuvos Respublikos vandens ir aplinkos apsaugos įstatymais Lietuvos Respublikos Vyriausybė 2000 m. įsteigė Lietuvos Respublikos upių, ežerų ir tvenkinių valstybės kadastrą ir patvirtino jo nuostatus (*Valstybės žinios*, 2000), kurie pakeitė prieš tai buvusius Respublikos valstybinio gamtos išteklių kadastro laikinuosius nuostatus (*Valstybės žinios*, 1992). Vadovaujant šio kadastro tvarkymo įstaiga paskirta Aplinkos ministerija.

Pagal nuostatus valstybinio kadastro paskirtis – rinkti, apdoroti, sisteminti, kaupti, saugoti, naudoti ir teikti suregistruotų upių, ežerų ir tvenkinių kadastro duomenis, kurie būtini įvertinant vandens telkinių ir vandens naudojimą, saugant aplinką ir plėtojant ūkį.

Upių, ežerų ir tvenkinių valstybės kadastro objektai yra visos šalies teritorijoje esančios natūralios upės ir upeliai, įvairios paskirties kanalai (vandentakiai), įskaitant ir tą dalį, kuria eina valstybės siena. Į kadastrą įtraukiamų upių ir kitų vandentakių mažiausias dydis (ilgis) nenurodytas, tuo tarpu kadastro objektais yra visi 0,5 ha ir didesni ežerai bei tvenkiniai ir tie iš jų, kurių vandens paviršiumi eina valstybės siena. Nuostatuose nurodytas kadastro turinys, objektų registravimo tvarka, išvardyti kadastro duomenų teikėjai, tarp jų vandentakių morfometrinių ir nuotėkio charakteristikų duomenų teikėjas yra Lietuvos energetikos institutas, ežerų morfometrinių charakteristikų – Geologijos ir geografijos institutas, Vilniaus universitetas ir kt.

Remiantis Lietuvos Respublikos upių, ežerų ir tvenkinių valstybės kadastro nuostatais (*Valstybės žinios*, 2000; 2004), patvirtinta kodavimo bei klasifikavimo tvarka (*Valstybės žinios*, 2001), buvo sudarytas ir aplinkos ministro 2001 m. patvirtintas Lietuvos Respublikos upių ir tvenkinių klasifikatorius (*Valstybės žinios*, 2001), o 2003 m. – ežerų klasifikatorius (*Valstybės žinios*, 2003).

Vandens telkinių klasifikatorių sudarymas ir kodų jiems suteikimas – tai tik pirmasis valstybės kadastro etapas. Tiesa, 2004 m. buvo patikslinti valstybės kadastro nuostatai (*Valstybės žinios*, 2004) ir patvirtinta duomenų, teikiamų registruoti Lietuvos Respublikos upių, ežerų ir tvenkinių valstybės kadastru, rengimo metodika ir tvarka (*Valstybės žinios*, 2004). Čia patikslinama, kad kadastro objektai – tai „visi natūralūs (upės, upeliai) ir dirbtiniai vandentakiai (melioracijos, laivynos ir kitos paskirties kanalai), taip pat 0,5 hektaro ir didesni ežerai ir tvenkiniai“.

Vandens telkinių klasifikatorių duomenys (pavadinimas, identifikavimo kodas, padėtis vyresnio vandentakio atžvilgiu ir kt.) – tai pradiniai duomenys apie vandens telkinį, tačiau čia nėra morfometrinių duomenų, kurie kaip tik labiausiai reikalingi tiek praktiniu, tiek moksliniu požiūriais. Reikia manyti, kad šie sąrašai ateityje bus papildyti duomenimis apie vandens telkinį, kaip tai numato oficiali duomenų rengimo metodika

(*Valstybės žinios*, 2004). Pati kadastro sudarymo idėja sveikintina ir reikalinga. Tai didžiulis, svarbus darbas.

Mums norėjosi plačiau panagrinėti šalies ežerų statistiką panaudojant ežerų morfometrinius duomenimis. Deja, duomenų teikėjai jų kol kas dar nepateikė kadastro tvarkymo įstaigai, nors pirmiausia, kaip numato kadastro rengimo metodika, turi būti renkami pirminiai kadastriniai duomenys, tarp jų ežero plotas, kuris mūsų darbe yra pagrindinis ežerą nusakantis rodiklis. Iki šiol oficialiai paskelbto ežerų sąrašo su morfometrinių duomenimis nėra, yra žinomi tik projektavimo ir mokslo įstaigų nustatyti ir jų autorystės teise patvirtinti ežerų morfometrinių duomenys (ežerų batimetriniai planai, Respublikinio vandens ūkio projektavimo instituto ežerų sąrašas, Respublikinio žemėtvarkos projektavimo instituto katalogas ir kt.). Mes panaudojome Respublikinio žemėtvarkos projektavimo instituto 1988 m. ežerų katalogo ežerų ploto duomenis, nepaisant to, kad ankstesniuose Lietuvos energetikos instituto leidiniuose buvo naudojami nepaskelbti Respublikinio vandens ūkio projektavimo instituto ežerų sąrašo morfometrinių duomenys. Šių įstaigų ežerų morfometrinių duomenys mažai kuo skiriasi ir, matyt, bus galutinai įvertinti įtraukiant juos į valstybės kadastrą. Kai kurių ežerų plotai buvo paimti iš oficialiai paskelbtų dokumentų.

Esame minėję, kad Lietuvos ežerai gerai ištirti įvairiais požiūriais, tačiau mums rūpėjo, kokio dydžio ežerai telkšo atskiruose upių baseinuose ir tarptautiniuose upių baseinų rajonuose (UBR), apskritai visoje šalies teritorijoje, kiek jų, kaip jie pasiskirstę pagal dydį.

## KOKIE MŪSŲ DABARTINIAI EŽERAI?

Nesuklysdami galime atsakyti, kad mūsų ežerai ir mieli, ir gražūs, teikia daug džiaugsmo, ramybės ir suteikia gerą poilsį. Prie ežerų veržiamės dėl estetinio poreikio ir siekdami materialios naudos. Žinoma, toks ežerų apibūdinimas neįeina į mūsų nagrinėjamą temą. Ji sausa, su tam tikru „mokslišku“ atspalviu.

Lietuvos ežerai pagal dubenų kilmę skirstomi į dvi pagrindines grupes: ledynmetinius (jų dauguma) ir poledynmetinius. Nuo Skandinavijos atslinkę ledkalniai išjudino ir sujaukė mūsų žemės paviršius, o ištirpusio ledo vanduo pripildė daubas, apšėmė lygumas, išgraužė upelių vagas. Dar ilgai tirpo žemėmis užkloti ledai, įgriuvose sudarydami naujus, termokarstinius, ežerus ir ežerėlius. Gravitacinių ir inercinių jėgų verčiamas vanduo ardė krantus, dubenyse klostė nuosėdas. Kaip teigia mokslininkai (Garunkštis, Stanaitis, 1969), nuosėdų susiklostymo pobūdis, jų mechaninė ir cheminė sudėtis teikia daug informacijos apie ežerų dubenų ir ežerų dydžio kaitą. Ežerų dubenyse nusėda organinės (durpės, sapropelis) ir mineralinės (gargždas, žvyras, smėlis, molis) nuosėdos. Ypač daug nuosėdų (iki 20 m) būna „senatvės“ stadijos ežeruose. Limnologai mano, kad didesnis smėlio kiekis nuosėdose rodo, kad tuo metu vandens lygis buvo pažemėjęs, klimatas buvo sausesnis. Nuosėdose esantis durpių sluoksnis liudija ežero vandens lygio pažemėjimą, o viršvandeninės terasos rodo buvus aukštesnį vandens lygį, drėgnesnį klimatą. Tiriant ežerų nuosėdas azoto metodu nustatomas su klimato pokyčiais sietinas vandens lygio kaitos pobūdis.

Poledynmečiu išskiriami keli klimatiniai laikotarpiai, kurių metu atitinkamai formavosi ežerų dubenys, daug kartų keitėsi ežerų lygis. Dabartinio subatlantinio klimato periodo (nuo

600 m. prieš m. e. iki dabar) pirmojoje pusėje buvo stebimas vandens lygio kilimas ežeruose, vėliau ir iki šiol vandens lygis krinta, ežerai seklėja. Ežerai visą laiką pelkėjo, šalies teritorija įgavo pelkėtą-ežerėtą kraštovaizdį. Šiuo metu Lietuvos ežeruose stebima cikliška vandens lygio kaita (Irbinskas, Jablonskis, 2004).

Poledynmetinei ežerų grupei priskiriami Šiaurės Lietuvos karstiniai maži ežeriukai ir upių salpose atsiradę upinės kilmės, daugiausia pasagos formos, ežeriukai. Pusės hektaro ir didesnių dirbtinių ežerų (tvenkinių) Lietuvoje užregistruota 1154 (Valstybės žinios, 2001).

Lietuvos teritorijoje ežerai pasiskirstę grupėmis – ežerynais, ir tai dažniausiai priklauso nuo reljefo (Baltijos kalvynas, Žemaičių aukštuma). Jų vandens lygis ir dydis nuolat kinta, tačiau tai nėra kliūtis atlikti statistinę ežerų dydžio analizę tiek upių baseinų, tiek upių baseinų rajonų, tiek visos šalies teritorijos mastu, laikantis hipotezės, kad dėl nedidelės cikliškos vandens lygio kaitos ežero dydis nedaug tepakinta.

## LIETUVOS EŽERŲ DYDIS, TERITORIJOS EŽERINGUMAS IR EŽERĖTUMAS

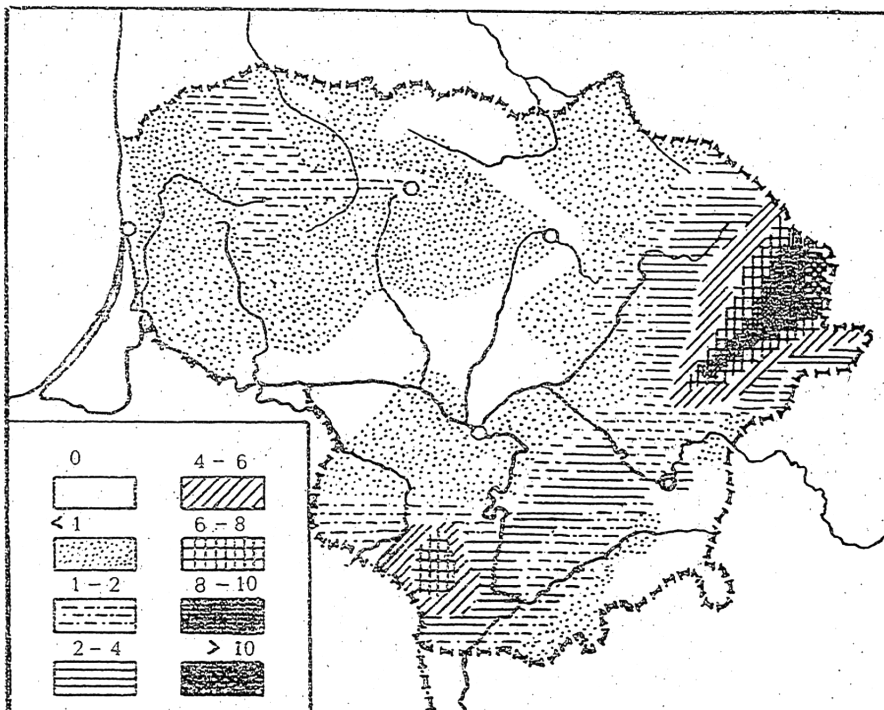
Pagal ežerų klasifikatorių (Valstybės žinios, 2003), Lietuvoje yra 2790 ežerų, didesnių nei 0,5 ha. Nustatėme 2618 ežerų plotą. Pagal šiuos duomenis sudarytoje 1 lentelėje pateikėme ežerų skaičiaus ir dydžio paplitimą šalyje, pagrindiniuose upių baseinuose ir keturiuose upių baseinų rajonuose (UBR). Iš šios lentelės galima atsekti ežerų paplitimą ir pasiskirstymo pobūdį šalyje ne tik pagal absoliučius skaičius, bet ir pagal lyginamuosius rodiklius. Kaip žinoma, daugiausiai ežerų yra Baltijos kalvyno bei Švenčionių aukštumos upių baseinuose. Čia pirmąją Dauguvos intakų, Žeimenos ir Šventosios baseinai, kuriuose yra susikaupę pusė visų šalies ežerų. Dauguvos mažųjų intakų baseinuose ežeringumas pats didžiausias šalyje ir siekia 8,26%

(neskaitant mažos dalies Priegliaus baseino Lietuvoje, kurio ežeringumas – 8,68). Labiausiai ežerėtas yra Žeimenos baseinas: vidutiniškai vienas ežeras „aptarnauja“ 5,3 km<sup>2</sup> žemės plotą, baseino ežeringumas irgi labai aukštas – 6,41%. Neežeringi lyguminės šalies dalies upių baseinai: Nevėžio (0,09%), Lietuvos pajūrio upių (0,05%), taip pat Žemaičių aukštumoje esantis Jūros baseinas (0,06%). Lyginant su visos šalies vidutiniu ežeringumu, kuris vertinamas 1,37%, vienuolikoje išskirtų baseinų jis yra mažesnis šį vidurkį. Tiek pagal skaičių, tiek pagal bendrą plotą ežerai šalies teritorijoje išsidėstę labai netolygiai (1 pav.). Taigi upės baseino ežeringumas yra skaičiuojamoji hidrologinė charakteristika (Gailiušis ir kt., 2001).

Pirmoje lentelėje pateikti ir aptarti ežerų dydžio ir jų pasiskirstymo teritorijoje statistikos rodikliai apibūdina ežerus tik bendrais bruožais, konkretūs ežerai pagal jų dydžio gradacijas pateikti 2 lentelėje. Ribojiant straipsnio apimtį duomenys pateikti tik 4 tarptautinių upių baseinų rajonų (UBR), esančių Lietuvoje, kurių vandens išteklių apsauga planuojama ilgai perspektyvai (Gudas, 2005). UBR įsteigti 2000 m. pagal Europos Parlamento ir Tarybos direktyvą 2000(60) EB. Lietuvoje yra keturi tarptautiniai UBR: Nemuno, Ventos, Lielupės ir Dauguvos. Į Ventos UBR, be Ventos baseino, įeina dar Bartuvos ir Šventosios upių baseinai, o į Nemuno UBR – Nemuno baseinas, Priegliaus baseino dalis ir likę Lietuvos pajūrio upių baseinai.

Iš 2 lentelės matyti, kad šalyje labiausiai paplitę nedideli 1–5 ha ežerai; jie sudaro apie trečdalį tirtų ežerų. Didesnių, per 500 ha dydžio, ežerų šalyje priskaičiuojama 34 (3 lentelė), arba 1,3% tirtų ežerų, tačiau jų bendras plotas sudaro 38,9% visų šalies ežerų ploto.

Panaši išvada padaryta ir K. Kilkaus (2005) darbe, kuriame analizuojami ir labai maži 0,05–0,5 ha ežerėliai. Jų šalyje priskaičiuota iki 3150, tačiau bendras jų plotas siekia tik 530 ha – kaip vieno Siesarties ar Dūkšto ežero plotas. Išsibarstę po visą šalį šie maži ežeriukai turi nemažą praktinę, ypač rekreacinę, reikšmę.



1 pav. Lietuvos ežeringumas % (pagal Lietuvos TSR fizinę geografiją, I d.)

Fig. 1. Lake percentage of Lithuania, % (according to Lietuvos TSR fizinę geografiją, I)

1 lentelė. Lietuvos ežerų paplitimas upių baseinuose ir upių baseinų rajonuose  
Table 1. Distribution of Lithuanian lakes in the river basins and river basin regions

Eil. Nr. No	Upės baseinas River basin	Baseino plotas $A$ km <sup>2</sup> Basin area, km <sup>2</sup>		Ežerų skaičius Number of lakes		Ežero plotas $A_e$ ha Lake area, ha									
		Bendras total	Lietuvoje in Lithuania	bendras $N$ total	žinomo ploto $n$ known area	Bendras Total	Didžiausias maximal	mažiausias minimal	vidutinis $\bar{A}_e$ average	vidutinis kvadratinis nuokrypis standard deviation	kaitos variacija $C_v$ variation coefficient	kaitos asimetrijos $C_s$ skewness	Ežeringumas 100% lake percentage	Ežerumas (tankis) $A/N$ (density)	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Pagrindiniai upių baseinai															
1	Nemuno mažųjų intakų (su Nemunu)	97864	9117	527	483	13548,7	Metelys	1289,5	0,5	28,1	94,9	3,38	8,20	1,62	17,3
2	Merčio	4416	3781	168	164	3793,2	Didžiulis	912,7	0,5	23,1	78,3	3,39	9,32	1,00	22,5
3	Neries mažųjų intakų (su Nerimi)	24942	4256	232	207	3651,3	Galvės ež.	361,1	0,5	17,6	46,1	2,63	5,14	0,85	18,3
4	Žeimenos	2793	2793	530	523	17905,0	Asveja	983,5	0,5	34,2	105,4	3,08	5,73	6,41	5,3
5	Šventosios	6889	6801	630	594	17793,8	Sartai	1350,1	0,5	30,0	110,7	3,69	8,61	2,61	10,8
6	Nevežio	6140	6140	42	39	522,0	Lėnas	265,5	0,5	13,4	42,0	3,14	5,55	0,09	146,2
7	Dubysos	1972	1972	47	41	546,2	Gauštvinis	124,3	0,5	13,3	24,4	1,83	2,91	0,28	42,0
8	Šešupės	6105	4899	142	117	5730,1	Dusia	2334,0	0,5	49,0	237,2	4,84	8,19	1,17	34,5
9	Jūros	3994	3994	20	18	238,1	Draudenčių ež.	106,5	0,5	13,2	26,6	2,01	2,54	0,06	199,7
10	Minijos	2942	2942	42	39	1792,1	Platelių ež.	1199,6	0,8	46,0	188,5	4,10	5,87	0,61	70,0
11	Lietuvos pajūrio upių	3486	2132	7	7	113,2	Kalotės ež.	50,6	0,8	16,2	21,2	1,31	0,74	0,05	304,6
12	Ventos	11800	5140	79	76	3618,3	Lūkstas	1000,9	0,6	47,6	139,2	2,92	4,97	0,70	65,1
13	Lielupės mažųjų intakų	8090	1750	1	1	29,5	–	–	–	29,5	–	–	–	0,02	–
14	Mūšos	5463	5297	31	26	2393,5	Rėkyvos ež.	1179,2	0,7	92,1	232,0	2,52	3,96	0,45	170,9
15	Nemunėlio	4047	1892	38	38	894,2	Širvėnos	332,3	0,8	23,5	62,4	2,65	4,64	0,47	49,8
16	Dauguvos intakų	9338	1857	245	235	15344,9	Druškiai	4480,2 <sup>1</sup>	0,5	65,3	333,9	5,11	9,96	8,26	7,6
17	Priegliaus	15500	65	9	9	564,2	Vištytis	1783,0 <sup>2</sup>	0,6	62,7	180,4	2,88	2,47	8,68	7,2
Visos Lietuvos		64828	64828	2790	2618	88548,2	Druškiai	4480,2	0,5	33,8	147,5	4,36	14,5	1,37	23,2
Upių baseinų rajonai (UBR)															
1	Nemuno	47669	47669	2393	2239	66221,5	Dusia	2334,0	0,5	29,6	110,6	3,74	9,81	1,39	19,9
2	Ventos	6278	6278	82	79	3664,6	Lūkstas	1000,9	0,6	46,4	136,8	2,95	5,07	0,58	76,6
3	Lielupės	8939	8939	70	65	3317,2	Rėkyvos ež.	1179,2	0,7	51,0	156,2	3,06	5,97	0,37	127,7
4	Dauguvos	1857	1857	245	235	15344,9	Druškiai	4480,2	0,5	65,3	333,9	5,11	9,96	8,26	7,6

<sup>1</sup> 253 ha Druškių ežero yra Baltarusijoje.

<sup>2</sup> Pagal 1997 m. sutartį su Rusija Lietuvai priklauso 543,7 ha Vištyčio ežero.

2 lentelė. Lietuvos upių baseinų rajonų ežerai pagal jų dydį ( $A_e$  ha)  
Table 2 Lithuanian river basin region lakes according the area ( $A_e$  ha)

Eil. Nr. No	Upių baseinų rajonas River basin region		Ežero dydis $A_e$ ha Lake area, ha								Iš viso Total
			>1000	500–1000	100–500	50–100	10–50	5–10	1–5	0,5–1	
1	Nemuno	$n$ vnt.	6	19	90	120	532	304	802	366	2239
		$n$ %	0,3	0,8	4,0	5,3	23,8	13,6	35,8	16,4	100
		$A_e$ ha	8553,1	13454,8	19319,0	8160,4	12170,3	2238,4	2051,4	274,1	66221,5
		$A_e$ %	12,9	20,3	29,2	12,3	18,4	3,4	3,1	0,4	100
2	Ventos	$n$ vnt.	1	1	7	2	14	14	33	7	79
		$n$ %	1,3	1,3	8,8	2,5	17,7	17,7	41,8	8,9	100
		$A_e$ ha	1000,9	505,1	1494,2	144,3	329,4	97,2	87,5	6,0	3664,6
		$A_e$ %	27,3	13,8	40,8	3,9	9,0	2,6	2,4	0,2	100
3	Lielupės	$n$ vnt.	1	–	5	4	20	6	23	6	65
		$n$ %	1,5	–	7,7	6,2	30,8	9,2	35,4	9,2	100
		$A_e$ ha	1179,2	–	1251,9	289,5	501,6	35,8	54,3	4,9	3317,2
		$A_e$ %	35,6	–	37,7	8,7	15,1	1,1	1,6	0,2	100
4	Dauguvos	$n$ vnt.	3	3	13	11	63	38	70	34	235
		$n$ %	1,3	1,3	5,5	4,7	26,8	16,2	29,8	14,4	100
		$A_e$ ha	7891,0	1809,1	2820,2	881,2	1435,0	297,2	185,7	25,5	15344,9
		$A_e$ %	51,4	11,8	18,4	5,7	9,4	1,9	1,2	0,2	100
	Lietuvoje	$n$ vnt.	11	23	115	137	629	362	928	413	2618
		$n$ %	0,4	0,9	4,4	5,2	24,0	13,8	35,5	15,8	100
		$A_e$ ha	18624,2	15769,0	24885,3	9475,4	14436,3	2668,6	2378,9	310,5	88548,2
		$A_e$ %	21,0	17,8	28,1	10,7	16,3	3,0	2,7	0,4	100

## LIETUVOS EŽERŲ DYDIS MATEMATINĖS STATISTIKOS IR TIKIMYBIŲ TEORIJOS POŽIŪRIU

### Bendros nuostatos

Tikimybė yra atsitiktinio įvykio galimybės skaitinė charakteristika, o tikimybių teorija nustato šių masinių įvykių ir atsitiktinių reiškinų dėsnius.

Šiame straipsnyje pateiktas siūlymas taikyti matematinės statistikos ir tikimybių teorijos metodus tiriant ežerų morfometrinių rodiklių kitimo dėsnumą tarp ežerų yra pirmasis bandymas, todėl kai kam gali kilti abejonių dėl šių metodų pagrįstumo. Minėti metodai sėkmingai naudojami daugelyje mokslo šakų ir ūkinės veiklos sričių. Remiantis tikimybių teorijos metodais tiriami ir aprašomi hidrologinių reiškinų kaitos laike dėsniniai, sudaromos tikimybių prognozės ir kt.

Apie ežerų dydžio ir kitų morfometrinių charakteristikų kaitą teritorijos ir laiko atžvilgiu galima galvoti įvairiai. Moksliniai tyrimai rodo, kad mūsų šalies ežerai, veikiami klimato ir vandens tėkmių, masiškai susidarė paskutiniam ledynmečiui baigiantis, vėliau jie nyko dėl nešmenų gausos ir durpėjimo, o dabar dar ir dėl ūkinės veiklos. Šie procesai panašiai veikė visus šalies ežerus, tačiau mes negalime rasti patikimo lemiamo ryšio tarp ežerų dydžio ir juos formavusių ir dabar veikiančių veiksnių. Vieno ežero dydis nėra susietas su greta esančio ežero dydžiu. Pagaliau masiniai gamtos reiškiniai savo prigimtimi dažniausiai yra atsitiktiniai. Manoma, kad ežerai senka, tačiau lėtai ir vos pastebimai. Kadangi ežerų morfometrinių charakteristikos buvo nustatomos topografiškai įvairiu laiku, todėl ir ežero dydis gali būti nustatytas kiek skirtingas. Išsakytas požiūris rodo, kad kiekvieno ežero dydis yra atsitiktinis įvykis, nekoreliuotas su

kitų ežerų dydžiu, todėl ši charakteristika gali būti tiriama ir aprašoma pritaikant matematinės statistikos ir tikimybių teorijos metodus. Tai, jog ežerai šalies teritorijoje išsidėstę netolygiai, ežerynais, yra veikiami klimatinė ir antropogeninė sąlygų, turinčių tam tikrą įtaką ežerų dydžiui, šios nuostatos nekeičia, o kaip tik labiau pagrindžia ežero dydžio (taip pat kitų morfometrinių rodiklių) kaitos atsitiktinumą. Reikia manyti, kad bet koks dydžio ežero atsiradimo tikimybė nebuvo susieta su vieta ir laiku ir buvo galima visoje šalies teritorijoje. Matematinės statistikos ir tikimybių teorijos metodai vienas kitą papildo.

Jeigu į kiekvieno tirtu Lietuvos ežero dydį  $A_e$  žiūrėsime kaip į atsitiktinį, tai visos šalies ar jos dalies ežerų dydžio pasiskirstymą galima apibrėžti tikimybių kreivėmis, kurių koordinatės apskaičiuojamos iš empirinių duomenų statistikos parametrų: aritmetinio vidurkio (matematinės vilties)  $\bar{A}_e$ , vidutinio kvadratinio nuokrypio, arba standarto  $s$ , jo normuoto dydžio – variacijos koeficiento  $C_v$  ir asimetrijos koeficiento  $C_s$ . Šių parametrų skaičiavimo metodiką duomenų asimetrinio pasiskirstymo atvejais galime rasti hidrologinėje literatūroje (Gailiūšis ir kt., 2001 ir kt.).

Pirmoje lentelėje pateikti Lietuvos ežerų kiekio ir dydžio paplitimo šalies teritorijoje lyginamieji rodikliai (ežeringumas, ežerėtumas ir kt.) rodo bendrą ežerų paplitimą šalies teritorijoje ar pagrindiniuose upių baseinuose, o pagal ten pateiktus pagrindinius statistikos parametrus ( $\bar{A}_e$ ,  $s$ ,  $C_v$  ir  $C_s$ ) galima daryti bendresnes statistikos ir tikimybių išvadas.

Lietuvoje visų tirtų ežerų plotas yra apie 880 km<sup>2</sup> (88548,2 ha), vidutinis vieno ežero – 33,8 ha. Atskiruose pagrindiniuose upių baseinuose vidutinis ežero plotas siekia nuo 13,2–13,4 ha (Jūros, Dubysos, Nevėžio baseinuose) iki

62,7–92,5 ha (Priegliaus, Dauguvos intakų ir Mūšos baseinuose). Normuota sklaida – variacijos koeficientas  $C_v$  – didelė, dažniausiai  $C_v > 3$ . Duomenų eilutės sklaidos rodiklį didina dideli ežerai. Pavyzdžiui, Dauguvos intakų baseinuose glūdintys didžiausi Drūkšių ir Dysnų ežerai šį rodiklį esant 235 ežerams paaukština iki 5,11, todėl padidėja ir statistinė vidurkio paklaida bei ežerų ploto vidurkis (65,3 ha). Labai aukšti asimetrijos koeficientai ( $C_s = 0,74 \div 9,96$ ) rodo didelį ežerų dydžio pasiskirstymo asimetriškumą.

Reikia priminti, kad 1 lentelėje esantys ežerų dydžio pasiskirstymo statistikos rodikliai pateikiami pirmą kartą, kai kurie yra patikslinti.

### Nulinių ( $H_0$ ) hipotezių tikrinimas

Mūsų pateikti ežerų dydžio pasiskirstymo statistikos parametrai leidžia daryti matematine statistika ir tikimybių teorija pagrįstas išvadas. Be jų neapsieinama, kai sprendžiami statistinių (nulinių) hipotezių tikrinimo uždaviniai pasirinkus duomenų imtis. Mes tuos kriterijus siūlome taikyti tiriant ežerų dydžio pasiskirstymą teritorijoje.

Nulinę hipotezę ( $H_0$ ), kurią turime patikrinti, suformuluojame taip: visi duomenų imties nariai ( $n$ ) yra tapatūs ir priklauso vienai visumai, o savo dydžiu išsiskyręs ežeras (ar ežerų grupė) nepriklauso kitai visumai. Jei  $H_0$  nepasitvirtina, pasirenkamas alternatyvus teigimas, kad didžiausias duomenų narys (ar narių grupė) ryškiai skiriasi nuo kitų imties narių.

Nulines hipotezes galima tikrinti neparimetriniais ir parametriniais statistikos kriterijais. Daugiausia naudojami statistinis  $t$  ir dvigubas  $t$  Stjudento kriterijai, kurių pagrindimas ir taikymas yra pateikiamas statistikos literatūroje (Артемьева, Лившиц, 1977; Шторм, 1970; Крамер, 1975; Оуэн, 1978; Крюпис, 1977).

Pastebėta, kad patys didžiausi ežerai turi išskirtinę įtaką statistikos parametrų dydžiui. Tai patikrinti statistiškai galime suformulavę vadinamąją nulinę hipotezę ( $H_0$ ), kad, nepaisant tokio pastebėjimo, didžiausi ežerai ar ežerų grupės nėra išskirtiniai ir jų dydis nenukrypsta nuo ežerų visumos pasiskirstymo, turinčio asimetriškumo bruožų.

Tikriname suformuluotą nulinę hipotezę  $H_0 : A_e = \bar{A}_e$ , kad Drūkšių ežero dydis statistiškai nesiskiria nuo tirtų ežerų visumos, tačiau, atlikę statistinius skaičiavimus, prieiname alternatyvią išvadą.

Visas Drūkšių ežero plotas  $A_e = 4480,2$  ha, visų tirtų Lietuvos ežerų imtis  $n = 2618$ , jų dydžio vidurkis  $\bar{A}_e = 33,8$  ha, vidutinis kvadratinis nuokrypis  $s = 147,5$  ha (1 lentelė).

Apskaičiuojame statistinį kriterijų  $\tau$  (Артемьева, Лившиц, 1977):

$$\hat{\tau} = \frac{A_e - \bar{A}_e}{s} = \frac{4480,2 - 33,8}{147,5} = 30,1.$$

Iš lentelių pagal  $n$  nustatome  $\tau$  kriterijaus kritines reikšmes esant  $\alpha = 1\%$  ir  $\alpha = 5\%$  reikšmingumo lygmenims:  $\tau_{1\%} = 3,98$  ir  $\tau_{5\%} = 3,61$ .

Palyginę apskaičiuotą  $\hat{\tau}$  su kritine  $\tau_{1\%}$  ir  $\tau_{5\%}$ , randame, kad  $\hat{\tau} = 30,1 > \tau_{1\%} = 3,98 > \tau_{5\%} = 3,61$ , todėl  $H_0$  atmetame ir pasirenkame alternatyvią hipotezę  $H_1 : A_e \neq \bar{A}_e$ , t. y. Drūkšių ežero dydis labai skiriasi nuo kitų ežerų dydžio.

Patikrinus  $H_0$  ežerų, kurių  $A_e > 500$  ha, gauta, kad jie taip pat reikšmingai skiriasi nuo kitų mažesnio ploto ežerų, todėl galima manyti, kad jie sudaro atskirą **didelių** ežerų grupę. Šį būdą siūloma taikyti norint įvertinti ryškiai išsiskiriantį iš kitų duomenų narį (didžiausią, mažiausią).

Statistines  $H_0$  hipotezes galima tikrinti griežtesniais  $t$  ir dvigubu Stjudento  $t$  kriterijais, kurie įvertina ir imčių tūrį  $n$ .

Sudėtingesnis yra dvigubas Stjudento kriterijus  $t$ . Jo galimybės yra platesnės, nes jis gali būti taikomas, kai visumos įvykių (duomenų) pasiskirstymas skiriasi nuo normaliojo, tačiau nėra labai asimetriškas.

Su  $H_0$  įsitinkime, ar Lielupės ( $\bar{A}_{e_1}$ ) ir Ventos ( $\bar{A}_{e_2}$ ) upių baseinų rajonų ežerai tarpusavyje nesiskiria, t. y.  $H_0 : A_{e_1} = A_{e_2}$ .

Pagal 1 lentelės duomenis, statistinis kriterijus  $t$ :

$$\hat{t} = \frac{\bar{A}_{e_1} - \bar{A}_{e_2}}{s_d} \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}} = \frac{51,0 - 46,4}{145,86} \cdot 5,97 = 0,19;$$

čia  $s_d = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} = 145,86$ , laisvės laipsniai

$m = n_1 + n_2 - 2 = 65 + 79 - 2 = 142$ .

Nustatę kritinę  $t_{0,05;142}$  reikšmę (Оуэн, 1978), randame, kad  $\hat{t} = 0,19 < t_{0,05;142} = 1,96$ ,  $H_0$  pasirenkama: tarp Lielupės ir Ventos upių baseinų rajonų ežerų dydžių nėra statistinio skirtumo. Toku pat būdu patikrinus  $H_0$  tarp Nemuno ir Dauguvos upių baseinų rajonų ežerų dydžių rastas esminis skirtumas ( $\hat{t} = 3,58 > t_{0,01;142} = 2,58$ ), o tarp Žeimenos ir Šventosios baseinų ežerų dydžių statistinio skirtumo nėra ( $\hat{t} = 0,65 < t_{0,05;142} = 1,96$ ).

Iš pateiktų pavyzdžių matyti, kad  $H_0$  dažniausiai pasitvirtina, kai nėra didelio skirtumo tarp lyginamųjų duomenų, nėra didelės duomenų sklaidos, didelė duomenų imtis ir pasiskirstymas artimas normaliajam.

Visais požūriais svarbiausią reikšmę turi didieji šalies ežerai. Matėme, kad didesnių kaip 500 ha ežerų grupę sudaro 34 ežerai. Jų dydžiai pateikti 3 lentelėje. Bendras jų plotas šalyje – 34393,2 ha vidutinis plotas – 1011,6 ha. Jie apima 1,3% tirtų ežerų skaičiaus ir 38,8% jų ploto. Didesnę grupę, kurios ežerus galima pavadinti **normalaus** dydžio, sudaro 0,5–500 ha dydžio 2584 ežerai, kurių bendras plotas – 54155 ha, o vidutinis – 21 ha.

Kaip matėme, statistiniu požūriu Drūkšiai ryškiai išsiskiria iš visų kitų ežerų, todėl pagrįstai kyla klausimas, ar šis ežeras nesiskiria nuo visų didžiųjų 34 ežerų. Įvairiais statistikos kriterijais patikrinus šią nuostatą, nustatyta, kad Drūkšių ežero dydis skiriasi tiek nuo didžiausių 34 (Drūkšiai – Seirijai), tiek ir nuo didžiausių ežerų dešimtuko (Dysnai – Lūkstas). Šis dešimtukas taip pat statistiškai skiriasi nuo 23-jų (Asveja – Seirijis) ežerų. Taigi 34 didžiausius šalies ežerus reikėtų skirstyti į tris grupes: Drūkšių ež. ( $A_e > 2500$  ha), dešimtuką Dysnai – Lūkstas (1000–2500 ha) ir Asveja – Seirijis (500–1000 ha) ežerų grupę.

Žinoma, tikrinant  $H_0$  hipotezes gaunamos išvados paremtos ne griežtais matematiniais skaičiavimais, o statistinių kriterijų palyginimo būdu, todėl galima padaryti klaidą atmetus hipotezę, kai ji iš tikrųjų yra teisinga (1 rūšies klaida), arba pasirinkus klaidingą  $H_0$  (II rūšies klaida). Norint to išvengti pasirenkama maža tikimybė paklaida, hidrologiniams skaičiavimams pasirenkamas reikšmingumo lygmuo  $\alpha$  tarp 0,01 ir 0,05, arba 1–5%, vadinasi, 1 ar 5 kartus iš 100 galime ir suklysti.

3 lentelė. Didieji šalies ežerai  
Table 3. Largest lakes of country

Eil. Nr. No	Ežero Nr. <sup>1</sup> No of lake	Ežeras Lake	Ežero plotas ha Lake area, ha	Upės baseinas River basin
1	33–7	Drūkšiai	4480,2 <sup>2</sup>	Dauguvos intakų
2	32–189	Dysnai	2406,4	Dauguvos intakų
3	61–12	Dusia	2334,0	Šešupės
4	53–30	Vištytis	1783,0 <sup>3</sup>	Priegliaus intakų
5	20–76	Sartai	1350,1	Šventosios
6	32–42	Luodis	1306,5	Šventosios
7	61–39	Metelys	1289,5	Nemuno mažųjų intakų
8	21–41	Avilyš	1258,0	Dauguvos intakų
9	2–5	Platelių ež.	1199,6	Minijos
10	15–14	Rekyvos ež.	1179,2	Mūšos
11	31–24	Alaušas	1073,4	Šventosios
12	19–39	Lūkstas	1000,9	Ventos
13	42–109	Asveja	983,5	Žeimenos
14	55–9	Žuvintas	981,8	Šešupės
15	30–30	Rubikių ež.	968,3	Šventosios
16	56–63	Didžiulis (Daugų ež.)	912,7	Merkio
17	43–71	Stirniai	891,0	Žeimenos
18	44–25	Kretuonas	862,5	Žeimenos
19	22–2	Krokų Lanka	787,8	Nemuno mažųjų intakų
20	61–91	Veisiejis	776,5	Nemuno mažųjų intakų
21	32–97	Dringis	717,8	Žeimenos
22	21–11	Čičirys	704,3	Dauguvos intakų
23	43–118	Lakajai Baltieji	703,8	Žeimenos
24	43–214	Galuonai	591,5	Žeimenos
25	61–40	Obelija	573,4	Nemuno mažųjų intakų
26	32–190	Dysnykštis	561,1	Dauguvos intakų
27	32–21	Samavas	547,8	Šventosios
28	43–173	Kertuojai	545,7	Žeimenos
29	33–12	Apvardai	543,7	Dauguvos intakų
30	42–57	Siesartis	538,8	Šventosios
31	32–46	Dūkštas	521,1	Šventosios
32	13–35	Biržulis	505,1	Ventos
33	31–140	Tauragnas	503,7	Žeimenos
34	61–50	Seirijis	503,4	Nemuno mažųjų intakų

<sup>1</sup> Pagal Valstybės žinios, 2003.

<sup>2</sup> 4226,6 ha yra Lietuvoje.

<sup>3</sup> 543,7 ha yra Lietuvoje.

### Lietuvos ežerų dydis pagal reikšmingas grupes

Hidrologinėje ir limnologinėje literatūroje ežerai dažniausiai pateikiami įvairaus dydžio intervalais, iš kurių galima spręsti, kaip šalies ežerai pasiskirstę pagal dydį. Statistiniuose apibendrinimuose yra paplitęs ūkinių objektų, įvairių reiškinių ir dydžių grupavimas įvairiais požūriais. Čia, nustatant grupių dydį, yra nusistovėję tam tikri kriterijai. Pavyzdžiui, grupių arba intervalų skaičius  $k$  siejamas su  $n$  statistikos duomenų imtimi:

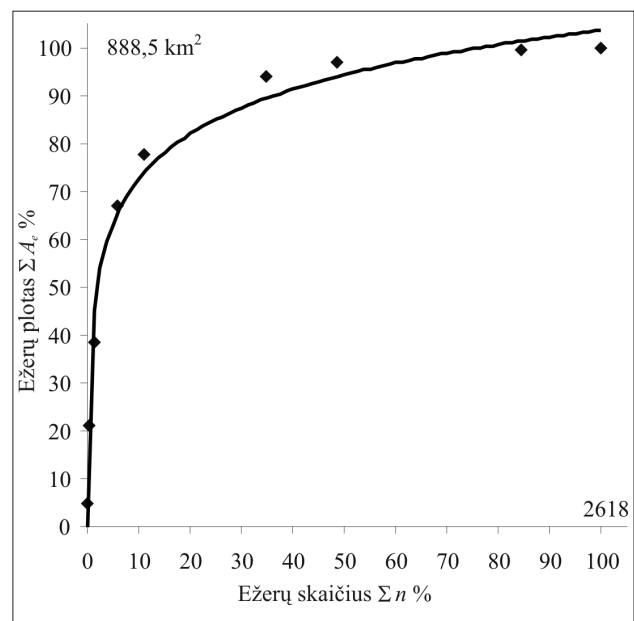
$k \leq 5 \lg n$ , arba  $k \approx \sqrt{n}$ , bet ribojama, kad  $6 \leq k \leq 20$ , t. y. intervalų skaičius būtų tarp 6 ir 20 (Штопм, 1970). Stengiamasi, kad imčių plotis būtų vienodas, nes taip lengviau apibendrinti statistikos duomenis. Mes tyrėme per 2,5 tūkst. ežerų, todėl turėtų būti apie 50 dydžio grupių, tačiau pasirinkome beveik tokias pat grupes, kurios buvo siūlomos limnologinėje literatūroje (Gaigalis, Jablonskis, 1976; Kilkus, 2005). Tik didžiuosius ežerus, kurių  $A_e > 500$  ha suskirstėme į tris reikšmingas grupes. Mūsų tikslas įsitikinti, ar toks šalies ežerų suskirstymas, arba susluoksniavimas, dydžio grupėmis yra statistiškai pagrįstas. Tirtų ežerų dydžio grupės ir jų statistikos parametrai pateikti 4 lentelėje.

Būtina įsitikinti, ar 4 lentelėje pateiktos 9 šalies ežerų dydžio grupės yra realios, t. y. statistiškai pagrįstos. Tam tikslui dvigubu Stjudento kriterijumi  $t$  buvo patikrintos  $H_0$  hipotezės pagal 4 lentelės gretimų ežerų grupių duomenis. Nustatyta, kad tarp tų ežerų dydžio grupių nėra statistinio panašumo, tarp jų yra esminis skirtumas, todėl 4 lentelėje yra pateikti parametrai tų ežerų grupių tikimybių kreivėms apskaičiuoti.

Iš šio statistinio palyginimo matyti, kad nustatytų 9 grupių ežerai pagal savo dydį iš esmės skiriasi ir visiškai apibūdina šalies ežerų struktūrą dydžio požiūriu, tačiau reikalui esant ežerus galima skirstyti į dar smulkesnes grupes.

Ketvirta lentelė yra gana informatyvi, nes nurodo, ne tik į kokias reikšmingo dydžio grupes galima skirstyti šalies ežerus, bet ir nusako santykį tarp ežerų dydžio ir jų skaičiaus, išreikštą absoliučiais skaičiais, procentais bei tikimybėmis.

Antrame paveiksle yra pateiktas ryšys tarp bendro ploto ir jį sudarančių ežerų skaičiaus; šie dydžiai išreikšti procentais. Akivaizdu, kad ir negausūs didelio ploto ežerai atlieka svarbų vaidmenį šalies ežerų struktūroje, o maži ežerai, nors jų ir daugiau, ne tiek svarbūs vandens išteklių požiūriu, kiek rekreacijai ir kitiems aspektams. Iš 2 pav. matyti, kad 50% ežerų apima apie 97% visų šalies ežerų bendro ploto.



2 pav. Ežerų ploto ( $\Sigma A_e$ ) ir skaičiaus ( $\Sigma n$ ) tarpusavio priklausomybė  
Fig. 2. Relation between the area ( $\Sigma A_e$ ) and the number ( $\Sigma n$ ) of lakes. Axis X – number of lakes, axis Y – area of lakes





### Ežerų dydžio pasiskirstymo tikimybės

Statistika tikimybe vadina atsitiktinio įvykio galimybės skaitinę charakteristiką. Hidrologijoje, upės nuotėkį laiko požiriu laikant atsitiktiniu įvykiu, nustatoma šio įvykio atsiradimo galimybė tam tikru dažnumu arba jo viršijimo galimybė. Šį požirį mes pritaikėme žiūrėdami į ežerą kaip į atsitiktinį dydį ne laiko, bet teritorijos požiriu. Tai padeda mums prognozuoti ežero dydį tikimybės požiriu.

Tikimybių pasiskirstymo kreivės gali būti sudarytos grafiškai arba jų koordinatės apskaičiuotos analitiniu būdu.

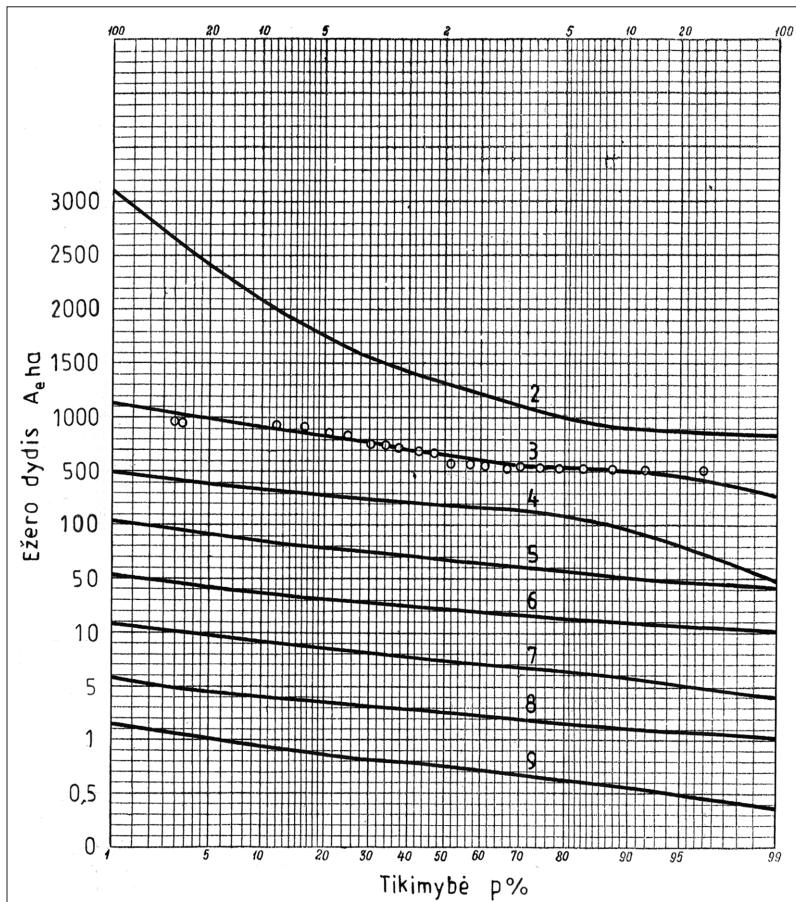
Hidrologiniuose tyrimuose tam tikslui dažniausiai naudojamos binomialinės (asimetrinės), dar vadinamos III tipo Pirsono kreivės, kurias galima pasirinkti pagal asimetriškumo rodiklį – asimetrijos koeficientą  $C_s$ . Iš 4 lentelės matyti, kad šis koeficientas išskirtų ežerų dydžio grupėms yra  $C_s > 0$  ir rodo, kad duomenys apie vidurkį yra pasiskirstę asimetriškai, ypač asimetriškai apie vidurkį yra pasiskirstę antros grupės ežerai, o smulkiųjų ežerėlių pasiskirstymą galima laikyti simetriniu arba normaliuoju, nes  $C_s \approx 0$ . Pagal 4 lentelės duomenis, tolimesniam tyrimui priimtinausia yra III tipo Pirsono tikimybių pasiskirstymo kreivė.

Analitinė ežerų dydžio tikimybių pasiskirstymo kreivė apskaičiuojama pagal tris statistines charakteristikas:  $A_e$ ,  $C_v$  ir  $C_s$ . Skaičiavimo technika yra pateikiama hidrologijos vadovėliuose ir žinynuose (Gailiušis ir kt., 2001; Macevičius, 1969 ir kt.), todėl tas kreives pagal 4 lentelės duomenis pateiksime, kaip dažniausiai daroma, grafiškai (3 pav.). Čia galbūt naujovė yra

ta, kad neįmanoma viena kreivė apimti visus šalies ežerus, kadangi ežerų dydžiai labai įvairūs ir susidaro didelė asimetrija ( $C_v = 4,36$ ,  $C_s = 14,5$ ), todėl tikimybių kreivės buvo brėžiamos tirtų ežerų reikšmingoms grupėms. Buvo suformuota atskirų (8 intervalų) tikimybių kreivių sluoksniuota grupė, atspindinti visų šalies ežerų dydžių tikimybinį pasiskirstymą.

Išskirsčius ežerus į statistiškai pagrįstas kompaktiškas pagal dydį grupes, pavyko atsekti tam tikrus ežerų pasiskirstymo teritorijoje dėsningumus. Čia labai didelį vaidmenį statistiniu požiriu turi didieji šalies ežerai. Jų palyginti nedaug, tačiau jie nulemia statistikos charakteristikų dydį ( $\bar{A}_e$ ,  $C_v$  ir  $C_s$ ) ir pasiskirstymo pobūdį. Tuo galima įsitikinti palyginus II ir IX grupės tikimybių kreivių parametrus (3 pav., 2 kreivė) – yra ryški asimetrija ( $C_s = 1,33$ ), o smulkių ežerų grupėje duomenys apie vidurkį pasiskirstę beveik simetriškai ( $C_s = 0,02$ ). Abiejų grupių ežerai svarbūs praktiniu požiriu. Didieji ežerai (500–1000 ha) sudaro 0,9% visų ežerų, tačiau apima 17,8% visų ežerų bendro ploto, o smulkieji (0,5–1 ha) ežerėliai, sudarantys 15,8% visų ežerų skaičiaus, apima tik 0,4% bendro ploto (2 lentelė). Pastarieji dėl savo masiškumo svarbūs rekreaciniu požiriu, o pirmieji – dėl galimybių juos panaudoti ūkiniams tikslams.

Atliekant šį tyrimą buvo stengtasi nenukrypti nuo pagrįstų pradinių duomenų. Ir nors iki šiol turime įteisintus duomenis apie ežerų skaičių (*Valstybės žinios*, 2003), o ežerų dydžio duomenis teko rinkti iš teisiškai neapčiuotų šaltinių, tačiau gautos išvados neturėtų keistis tuos duomenis apibūtinančius



3 pav. Ežero dydžio  $A_e$  ha pasikartojimo tikimybė  $p$  % atskirose ežerų dydžio grupėse: II grupė – 1000–2500 ha, III grupė – 500–1000 ha (ant trečios analitinės tikimybių kreivės pavaizduotos empirinės tikimybės), IV grupė – 100–500 ha, V grupė – 50–100 ha, VI grupė – 10–50 ha, VII grupė – 5–10 ha, VIII grupė – 1–5 ha, IX grupė – 0,5–1 ha

Fig. 3. Probability of recurrence of lake area ( $A_e$ ) in the different size groups of lakes: group 2 – 1000–1000 ha, group 3 – 100–500 ha (empirical probabilities are laid on the 3<sup>rd</sup> analytical probability curve) group 4 – 500–100 ha, group 5 – 100–50 ha, group 6 – 50–10 ha, group 7 – 10–5 ha, group 8 – 5–1 ha, group 9 – 1–0.5 ha

kadastru. Šis tyrimas rodo, kad statistiniu-teritoriniu požiūriu galima tirti ne tik hidrologines, bet ir hidrografines charakteristikas bei rodiklius, jeigu jie tarp savęs nėra koreliuoti ir yra atsitiktiniai tiek laiko, tiek teritoriniu požiūriu. Pirmiausia reikėtų pagalvoti apie ežerų kai kurių morfometrinių charakteristikų (gylio, tūrio ir kt.) statistinį ištyrimą pagal mūsų pateiktą metodiką. Ypač tai būtų naudinga atlikti upių baseinų rajonams (UBR), nes tai padėtų geriau pažinti vandens objektus ir sėkmingiau panaudoti praktiniams tikslams – ekonomikai ir rekreacijai.

## IŠVADOS

1. Ežerai, kaip ir visi vidaus vandens telkiniai, yra vieni svarbiausių gamtinių komponentų, tiesiogiai priklausančių nuo klimato ir žemės litogeninio pamato, turi įtakos upių nuotėkio dydžiui ir režimui, svarbūs ekonomikai ir rekreacijai.

2. Lietuvos ežerų ištyrimo ir tyrimo statistika labai turtinga, tačiau dar netenkina praktinių poreikių, nors pradėtas, bet dar nepabaigtas valstybės ežerų kadastras.

3. Kadangi ežerai yra susidarę dėl įvairių gamtinių jėgų ir sąlygų poveikio, buvo ir dabar yra veikiami antropogeninių veiksnių, manome, kad juos galima laikyti atsitiktiniais gamtiniais objektais, jų tyrimui galima taikyti matematinės statistikos ir tikimybių teorijos metodus.

4. Statistinės charakteristikos:  $\bar{A}_e$ ,  $s$ ,  $C_v$  ir  $C_s$  leidžia daryti išvadą apie šalies upių baseinuose esančių ežerų dydžio struktūrą (1, 2 lentelės).

5. Visus šalies tirtus ežerus pagal dydį galima suskirstyti į 9 kompaktiškas grupes ir sudaryti joms pasiskirstymo tikimybių kreives (4 lentelė, 3 pav.).

6. Pagal pateiktą tyrimo techniką siūlome iširti vandens telkinių morfometrinių charakteristikų pasiskirstymą šalyje.

Gauta 2007 10 12  
Parengta 2007 10 16

## Literatūra

- Bieliukas K. (1958). Lietuvos TSR ežerų tyrimas ir artimiausi uždaviniai. *Geografijos metraštis. 1*: 33–49.
- Kilkus K. (2004). Ežerotyra, limnologija. *Visuotinė lietuvių enciklopedija. 5*: 730–731.
- Statistika. *Tarptautinių žodžių žodynas*. (1985). 463.
- Dėl Lietuvos Respublikos upių, ežerų ir tvenkinių valstybės kadastro steigimo ir jo nuostatų patvirtinimo. Lietuvos Respublikos Vyriausybės 2000 m. rugsėjo 19 d. nutarimas Nr. 1114. *Valstybės žinios*. 2000. Nr. 80–2422.
- Ežeras. *Lietuviškoji tarybinė enciklopedija*. (1978). 3: 428–430.
- Tamošaitis J. (1985). Ežerai. *Tarybų Lietuvos enciklopedija. 1*: 527.
- Valiuškevičius G. (2004). Ežeras. *Visuotinė lietuvių enciklopedija. 5*: 727–729.
- Ežeras, tvenkinys. *Dabartinės lietuvių kalbos žodynas*. (1993). 154, 866.
- Gailiūšis B., Jablonskis J., Kovalenkoviėnė M. (2001). *Lietuvos upės. Hidrografija ir nuotėkis*. Kaunas. 792 p.
- Dėl Lietuvos Respublikos valstybinio gamtos išteklių kadastro laikinųjų nuostatų tvirtinimo. Lietuvos Respublikos Vyriausybės 1992 m. rugpjūčio 17 d. nutarimas Nr. 618. *Valstybės žinios*. 1992. Nr. 28–837.
- Dėl Lietuvos respublikos upių, ežerų ir tvenkinių kodavimo valstybės kadastru ir klasifikatoriaus sudarymo tvarkos patvirtinimo. Lietuvos Respublikos aplinkos ministro 2001 m. sausio 22 d. įsakymas Nr. 46. *Valstybės žinios*. 2001. Nr. 8–243.
- Dėl Lietuvos Respublikos upių ir tvenkinių klasifikatoriaus patvirtinimo. Lietuvos Respublikos aplinkos ministro 2001 m. gruodžio 12 d. įsakymas Nr. 594. *Valstybės žinios*. 2001. Nr. 107–3888.
- Dėl Lietuvos Respublikos ežerų klasifikatoriaus patvirtinimo. Lietuvos Respublikos aplinkos ministro 2003 m. kovo 21 d. įsakymas Nr. 13. *Valstybės žinios*. 2003. Nr. 34–1442.
- Dėl Lietuvos Respublikos Vyriausybės 2000 m. rugsėjo 19 d. nutarimo Nr. 1114 „Dėl Lietuvos Respublikos upių, ežerų ir tvenkinių valstybės kadastro steigimo ir jo nuostatų patvirtinimo“ pakeitimo“. Lietuvos Respublikos Vyriausybės 2004 m. vasario 2 d. nutarimas Nr. 101. *Valstybės žinios*. 2004. Nr. 19–584.
- Dėl duomenų, teikiamų registruoti Lietuvos Respublikos upių, ežerų ir tvenkinių valstybės kadastru rengimo metodikos patvirtinimo. Lietuvos Respublikos aplinkos ministro 2004 m. gruodžio 28 d. įsakymas Nr. D1-695. *Valstybės žinios*. 2004. Nr. 188–7023.
- Garunkštis A., Stanaitis A. (1969). *Ežerai gimsta, bręsta ir miršta*. Vilnius. 160 p.
- Irbinskas V., Jablonskis J. (2004). Ar senka mūsų ežerai? *Lietuvos žemės ūkio universiteto ir Lietuvos žemės ūkio universiteto Vandens ūkio instituto mokslo darbai. 26(46)*: 81–86.
- Gaigalis K., Jablonskis J. (1976). *Pietryčių Lietuvos hidrografija (Ežerai)*. Vilnius. 168 p.
- Kilkus K. (2005). *Ežerotyra*. VU leidykla. 271 p.
- Gudas M. (2005) Bendroji vandens politikos direktyva ir jos įgyvendinimas Lietuvoje. *Žemėtvarka ir hidrotechnika. 1*: 25–31.
- Артемьева М. П., Лавшиц И. М. (1977). *Применение критериев различия для исключения резко выделяющихся членов гидрологических рядов*. Минск. 26 с.
- Шторм Р. (1970). Теория вероятностей. *Математическая статистика. Статистический контроль качества*. Москва. 368 с.
- Крамер Г. (1975). *Математические методы статистики*. Москва. 648.
- Оуэн Д. Б. (1978). *Статистические таблицы*. Москва. 586.
- Kruopis J. (1977). *Matematinė statistika*. Vilnius. 364 p.
- Macevičius J. (1969). *Lietuvos upių hidrologinių charakteristikų skaičiavimo metodai*. Kaunas. 494 p.

Jonas Jablonskis, Aldona Jurgelėnaitė

## STATISTICS OF LITHUANIAN LAKES

### *S u m m a r y*

Lakes are highly widespread and significant natural water bodies in Lithuania, formed by and still remaining after glaciers. According to data of the Lithuanian State Water Cadastre, there are 2790 lakes in the country with the water surface area of 0.5 ha or more. In this article, we used data on 2618 lakes. The total water surface of these lakes is 880 km<sup>2</sup> and comprises 1.36% of the country area.

The mathematical statistics and theory of chances were used to investigate the peculiarities of changes in lake size in the study. Lake size was considered a random event not related to the size of adjacent lakes. The statistical parameters of lakes' size for basic river basins and regions of basins are presented in Table 1, and the gradation of the distinct size lakes can be found in Table 2. Statistically, verifying the null hypothesis  $H_0$ , it was estimated that lakes can be divided into 9 groups. The calculated parameters of lake size probability distribution allow defining the empirical and analytical probability curves. The study showed that the employed method can be successfully used for investigating the territorial distribution of morphometric data of other water bodies as well.