

# Skaitmeninio reljefo modelio sudarymas skirtingais geostatistiniais reljefo modeliavimo metodais

Aušra Kumetaitienė

Vilniaus Gedimino technikos universitetas  
El. paštas: a.kumetaitiene@ivpk.lt

## IVADAS

Geostatistinis paviršiaus modeliavimas – santykinai nauja paviršiaus modeliavimo šaka. Čia taikomi ne tik sudėtingi paviršiaus modeliavimo algoritmai, bet ir statistiniai matavimo duomenų apdorojimo metodai. Geostatistiniai uždaviniai ypatingi tuo, kad pradiniai matavimo rezultatai yra tarpiniai tarp grynai atsitiktinių ir grynai determinuotų dydžių. Sprendžiant geostatistinius uždavinius tenka naudotis regionalizuotais duomenimis, kurių stochastinės savybės yra teritorijos geografinės padėties funkcijos. Straipsnyje reljefo paviršius modeliuojamas krigingo, splaino, svorio, daugianario metodais. Nagrinėjamos reikšmingos kiekvieno interpoliavimo metodo savybės ir jų poveikis skaitmeninių reljefo modelių tikslumui. Modeliai sudaryti iš pradinių duomenų stereofotogrametriniu metodu gautų aukščių taškų. Straipsnio tikslas – ištirti skaitmeninių reljefo modelių tikslumo priklausomybę nuo modeliavimo metodų bei modeliavimo parametrų.

## ŽEMĖS PAVIRŠIAUS MODELIAVIMO METODŲ SKIRSTYMAS PAGAL PARAMETRINIŲ FUNKCIJŲ NAUDOJIMĄ

Paviršiaus modeliavimo metodus galima suskirstyti į dvi grupes pagal skaičiavimams reikalingus modeliavimo parametrus: metodus, duomenų analizei naudojančius va-

1 lentelė. Modeliavimo metodų parametrinės funkcijos  
Table 1. Parametric functions of modeling methods

Parametrinė funkcija Parametric functions	Modeliavimo metodai Modeling methods			
	Krigingo Kriging	Splaino Spline	Svorio Invert distance weight (IDW)	Daugianario Polynomial
Variograma	+	-	-	-
Semivariogram				
Svorio Weighting	-	+	+	+

riogramas; metodus, duomenų analizei naudojančius svorius (1 lentelė).

Skirtingi paviršiaus interpoliavimo būdai yra pagrindinė savybė, kuria skiriasi paviršiaus modeliavimo metodai.

## PAGRINDINIAI PAVIRŠIAUS INTERPOLIAVIMO BŪDAI

Interpoliacija – tai toks procesas, kai iš turimų aplinkinių reikšmių nustatomos apytikslės paviršiaus reikšmės tose vietose, kur nėra matavimų taškų. Interpoliacija naudojama taškiniais duomenimis konvertuoti į ištisinį paviršiaus modelį. Tokius modelius galima palyginti tarpusavyje (Burrough, McDonnell, 1998).

Interpoliuojama, kai:

- atskiri paviršiaus modeliai yra skirtingos skiriamosios gebos, ir, norint juos palyginti, reikia pakeisti tinklinio modelio lašelių dydį arba orientaciją, pavyzdžiui, skenuotų duomenų (vaizdai iš palydovo, aerofotografijos) konvertavimas, transformavimas į kitą koordinatinių sistemą, skenuotų vaizdų mozaikos sujungimas į vientisą vaizdą;

- ištisinis paviršiaus modelis perskaičiuojamas iš vieno duomenų modelio į kitą, pavyzdžiui, vaizdų mozaikos perskaičiavimas į kitą mozaiką arba nereguliarus trikampių tinklo perskaičiavimas į stačiakampių tinklinį modelį;

- turimi duomenys ne visiškai padengia vyraujančių paviršių, tuomet trūkstantis teritorijos paviršius apskaičiuojamas naudojantis jau turimais duomenimis.

Sudarant skaitmeninį reljefo modelį interpoliacija naudojama šiems tikslams:

- pasirinkto taško aukščio reikšmei apskaičiuoti;
- tinklinio paviršiaus aukščių reikšmėms apskaičiuoti naudojant išmatuotus taškų aukščius;
- horizontalių padėčiai rasti;
- stačiakampių tinklinio modelio skiriamajai gebai pakeisti.

Interpoliavimo metodai, skirti stačiakampių tinklo modelio paviršiui rasti iš netaisyklingai išsidėsčiusių pradinių duomenų taškų, gali būti globalūs ir vietiniai. Globalios paviršiaus interpoliavimo procedūros apskaičiuoja vieną funkciją, aprašančią visą modeliuojamą paviršių. Vietinio paviršiaus interpoliavimo procedūros veikia atvirkš-

čiai – vertina paviršių pagal vienas po kito esančius tinklo susikirtimo taškus, skaičiavimams naudojant tik artimiausių taškų reikšmes.

Vietiniais interpoliavimo metodais vadinami tokie metodai, kurie paviršiaus reikšmėms apskaičiuoti naudoja artimiausius duomenų taškus. Paviršiaus interpoliavimas susideda iš šių etapų:

- analizuojamos teritorijos dydžio apie interpoliuojamą tašką radimas;
- artimiausių duomenų taškų suradimas;
- matematinio modelio pasirinkimas paviršiaus reikšmei apskaičiuoti pagal turimą ribotą aplinkinių taškų skaičių;
- skaitmeninio reljefo modelio paviršiaus reikšmės radimas.

*Krigingo metodas* – tai toks interpoliavimo metodas, kai nežinomos paviršiaus taškų aukščių reikšmės apskaičiuojamos matematinio variogramų modeliu (Oliver, Webster, 1990). Variograma – parametrinė funkcija, naudojama nustatant gretimų taškų aukščių koreliaciją (statistinę priklausomybę). Variograma surandami optimaliausi erdviniai sprendimai, nustatomi bendriausi struktūrinio pavaizdavimo ypatumai, įvertinami objektų matmenys ir padėtis. Variograma rodo ribas teritorijų, kuriose išmatuoti dydžiai turi apibrėžto diapazono reikšmes. Variogramų privalumas – paprastas matematinis realizavimas, o trūkumas – nejautrumas smulkios reljefo detalėms. Su krigingu susijusios procedūros apima matavimų klaidų bei netikslumų įvertinimus (Chao-yi, 1995).

Neigiama krigingo savybė – sudėtingas skaičiavimas (Heinrich, 1994). Reikia išspręsti dideles lygčių sistemas kiekvienai krigingo metodu skaičiuojamai tinklinio modelio ląstelei, todėl, modeliuojant reljefą krigingo metodu, reikia daugiau kompiuterio resursų negu interpoliuojant paviršių kitais reljefo modeliavimo metodais. Be to, reikia skirti daug dėmesio išankstinei duomenų analizei, variogramos formai ir gretimų zonų dydžiui nustatyti. Modeliuojant paviršių krigingo metodu rezultatai, skirti paviršiui sudaryti, generuojami pagal pradinių duomenų reikšmes. Atsitiktinės pradinių duomenų paklaidos eliminuojamos atitinkamomis procedūromis.

Paprastasis kringas naudoja modelį, išreikštą formule (Johnston and others, 2001):

$$H(s) = \mu \pm \varepsilon(s); \quad (1)$$

čia  $H(s)$  –  $s$  taško aukščio reikšmė;  $\mu$  – nežinomo aukščio vidurkio reikšmė;  $\varepsilon(s)$  – nepriklausoma atsitiktinė paklaida. Vidurkis apskaičiuojamas iš aplinkinių žinomų  $z$  taškų reikšmių.

*Svorio metodas* – toks paviršiaus modeliavimo metodas, kai pradiniais taškų aukščiams priskiriami svoriai, atvirkščiai proporcingi atstumui iki skaičiuojamo taško (Johnston and others, 2001).

Svorio interpoliacija paremta prielaida, kad artimesni objektai yra panašesni tarpusavyje negu tolimesni. Neišmatuotą reikšmę svorio metodas nustato pagal aplink esančius išmatuotus taškų aukščius. Išmatuotų taškų

aukščių poveikis nustatomai reikšmei priklauso nuo atstumo tarp žinomo ir nustatomų taškų. Atstumui tarp taškų mažėjant, svoris didėja.

Nustatomo taško altitudė skaičiuojama pagal formulę:

$$\hat{H}(s_j) = \sum_N \lambda_i H(s_i); \quad (2)$$

čia  $\hat{H}(s_j)$  – nustatoma  $s_j$  ląstelės reikšmė;  $N$  – skaičiavimams naudojamų taškų skaičius;  $\lambda_i$  – kiekvieno išmatuoto taško aukščio svoris;  $H(s_i)$  – žinoma aukščio reikšmė  $s_i$  taške.

Taškų svoriai apskaičiuojami taip:

$$\lambda_i = \frac{d_{ij}^{-p}}{\sum_{i=1}^N d_{ij}^{-p}}, \quad \sum_{i=1}^N \lambda_i = 1.; \quad (3)$$

Didėjant atstumui, svoris mažėja dėl laipsnio  $p$  parametro poveikio;  $d_{ij}$  – atstumas tarp nustatomo  $s_j$  taško ir išmatuotų  $s_i$  taškų. Didėjant atstumui, išmatuoto taško poveikis nustatomam taškui mažės eksponentiškai. Skaičiavimams naudojamų taškų svorių suma lygi 1.

Artimiau taško esantys taškai turi didesnę svorį, labiau nutolę – mažesnę ( $1/d^p$ ). Priklausomai nuo vietovės sąlygų, atstumas gali būti įvertinamas skirtingais būdais. Jei  $p = 1$ , tai reiškia, kad tarp taškų yra paprasta linijinė interpoliacija. Kuo didesnis  $p$ , tuo labiau mažėja tolesnių taškų svoriai ir gaunamas mažiau apibendrintas paviršiaus vaizdas.

*Splaino metodas* – toks deterministinis interpoliavimo metodas, kai interpoliuojamas paviršius priartinamas prie pradinių duomenų taškų aukščių reikšmių (Franke, 1982; Mitas, Mitasova, 1988).

Reguliarus splaino metodas tinkamiausias glotnių formų paviršiams interpoliuoti, taip pat tolygiai kintančio paviršiaus nuolydžiui apskaičiuoti. Staigiai pasikeitus paviršiaus nuolydžiui, gaunami didesni paviršiaus aukščių reikšmių standartinių nuokrypių įverčiai. Reguliarus splaino metodu sudarytas reljefo modelis netinka paviršiaus kreivumui skaičiuoti. Interpoliavimui panaudojus didesnę svorį, gaunamas išgaubtesnis paviršiaus vaizdas.

*Daugianario metodas* paprastai naudoja regresijos modelį, sudarytą pagal visus duomenis. Gautas rezultatas, arba trendas, priklauso nuo kintančių  $x$  ir  $y$  koordinatų. Paviršiaus reikšmės nustatomos skaičiavimams naudojant aplinkines reikšmes iš griežtai apibrėžtos teritorijos. Šios teritorijos ribos perstumiamos paviršiumi, ir kiekviename taške randamas apibrėžtos teritorijos centrinio taško  $H(x_i, y_i)$  aukštis. Paklaidos minimizuojamos naudojant mažiausiųjų kvadratų metodą:

$$\sum_{i=1}^N \lambda_i (H(x_i, y_i) - H_0(x_i, y_i))^2 = \min; \quad (4)$$

čia  $N$  – taškų skaičius apibrėžtoje teritorijoje;  $\lambda_i$  – žinomo taško aukščio svoris (3). Galimi ir kitokie svorio skaičiavimo būdai.

Pirmojo laipsnio funkcija centrinio taško aukščiui atrodo taip:

$$H_0(x_i, y_i) = \beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 y_i \quad (5)$$

Antrojo laipsnio funkcija centrinio taško aukščiui atrodo taip:

$$H_0(x_i, y_i) = \beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 y_i + \beta_3 x_i^2 + \beta_4 y_i^2 + \beta_5 x_i y_i \quad (6)$$

Aukštesnių laipsnių daugianariai randami analogiškai. Parametras  $\beta_1$  minimizuojamas ir nustatomas centriniam teritorijos taškui kiekvieną kartą perstumiant teritorijos ribas, t. y. taikomas slenkantysis polinomas.

## TYRIMŲ OBJEKTAS

Skaitmeniniam reljefo modeliui sudaryti ir jo tikslumui įvertinti buvo pasirinkta Vilniaus miesto Šeškinės Ozo teritorija. Taškų aukščiai išmatuoti stereofotogrametriniu prietaisu A8. Matavimai atlikti 121,86 km<sup>2</sup> plote. Stereofotogrametrinių matavimų privalumas – galimybė išdėstyti taškus pagal poreikį ir šių matavimų tikslumas (Žalnierukas ir kt., 1999). Atsižvelgiant į reljefo būklę, pradiniai taškai išdėstyti taip, kad būtų atspindėtos svarbiausios reljefo savybės. Pasistengta, kad augalija ir antropogeniniai objektai nepatektų į sudaromą reljefo modelį.

Stereofotogrametriškai išmatuotų taškų aibė (5688 taškai) padalinta į du masyvus atsižvelgiant į jų geografinę padėtį. Kiekvienam masyvui skirta po 2844 taškus. Kiekvienas šių masyvų tolygiai dengė visą nagrinėjamą teritoriją, vidutinis atstumas tarp taškų – 7,7 m. Taškai išdėstyti taip, kad atspindėtų būdingas reljefo vietas. Pirmasis masyvas buvo panaudotas skaitmeniniam reljefo modeliui sudaryti, antrasis – šio modelio tikslumui įvertinti.

Eksperto metu reljefo modeliai buvo sudaryti skirtingais modeliavimo metodais bei palyginti su stereofotogrametriškai išmatuotais kontrolinių taškų, kurių vidutinė kvadratinė paklaida 0,14 m, aukščiais.

Skaitmeninių reljefo modelių tikslumas išanalizuotas skaičiuojant standartinio nuokrypio įvertį  $\sigma$  pagal formulę:

$$\begin{aligned} \sigma &= \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (H_i - \bar{H})^2} = \\ &= \sqrt{\frac{(H_1 - \bar{H})^2 + (H_2 - \bar{H})^2 + \dots + (H_n - \bar{H})^2}{n-1}}; \quad (7) \end{aligned}$$

čia  $n$  – taškų aukščių skaičius;  $H_i$  – pagal atitinkamos variogramos tipą išmatuotas taško aukštis;  $\bar{H}$  – stereofotogrametriškai išmatuotas taško aukštis.

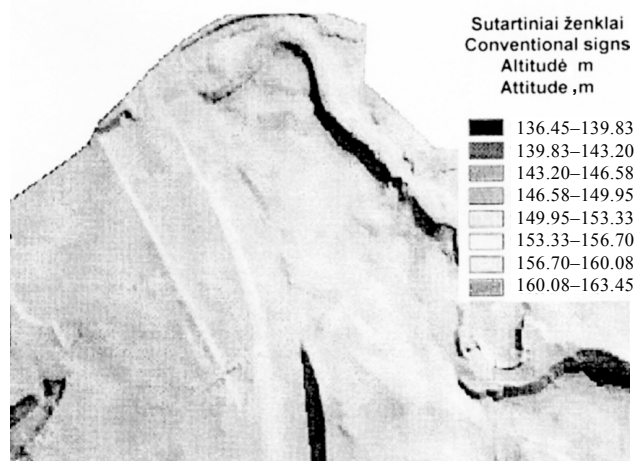
## MODELIAVIMO METODŲ TIKSLUMO TYRIMAS

Pradiniam tyrimo etapui, t. y. reljefo modeliui sudaryti, kaip vienas dažniausiai naudojamų metodų pasirinktas paprasčiausias *krigingo metodas* (1 pav.). Skaitmeniniam reljefo modeliui sudaryti buvo pasirinkta apskritiminė variograma (Jones, 1997). Apžvelgus taškų išsidėstymą ir geomorfologines reljefo charakteristikas nagrinėjamoje teritorijoje, nutarta skaičiavimams naudoti vieno sektoriaus apskritimą, nenurodant spindulio parametro, nes taškų išsidėstymas pakankamai tankus. Kadangi spindulys apibrėžia teritoriją, kurioje esantys taškų aukščiai naudojami skaičiavimui, o skaičiavimams naudojamų gretimų taškų yra daug, nėra prasmės užsibrėžti teritorijos, atbujančios nuo skaičiavimams nenaudotinių taškų. Skaičiavimai su pirmosios dalies duomenimis atlikti naudojant 3, 6, 9 ir 12 gretimų taškų. Sudaryto reljefo modelio tikslumas įvertintas naudojant antrąjį paviršiaus taškų masyvą ir skaičiuojant reljefo modelio taškų aukščių reikšmių standartinių nuokrypių įvertinimą pagal antrajame masyve esančių taškų aukščių reikšmes.

Šeškinės Ozo teritorijoje tyrimas buvo atliktas *svorio metodu* imant 2844 taškų aukščių masyvą ir naudojant skirtingą gretimų taškų skaičių (3, 6, 9, 12) bei trečiojo laipsnio funkcijos reikšmę ( $p = 3$ ). Stačiakampio tinklinio modelio ląstelių matmenys  $2 \times 2$  m. Sudaryto modelio rezultatai tikrinti imant 2844 kontrolinius taškų aukščius.

Sudarant paviršių *reguliarus splasho metodu* buvo naudojamas nustatomo taško aukščio svoris  $\lambda = 0,1$ , skaičiavimui taikyta pirmosios eilės paviršiaus išvestinė. Kuo didesnė laipsnio reikšmė, tuo gaunamas mažiau lažytas paviršius.

Modeliuojant *daugianario metodu* tyrimui panaudoti 5688 taškų aukščiai. Pusė taškų imta skaitmeniniams reljefo modeliams sudaryti, likusi dalis – kontrolei. SRM ląstelių matmenys  $2 \times 2$  m. Teritorija, iš kurios buvo imami taškai tyrimui, apibrėžta 35 m spindulio apskritimu. Skaičiavimai atlikti naudojant 3, 6, 9 ir 12 gretimų taškų. Šiuo metodu gautų rezultatų skirtumai labai priklauso nuo reljefo savybių. Modeliuojant žemės paviršių, dažnai



1 pav. Kringingo metodu sudaryto SRM grafinis vaizdas  
Fig. 1. Graphical view of DTM created by kriging

2 lentelė. Skirtingais metodais gautų SRM tikslumo palyginimas

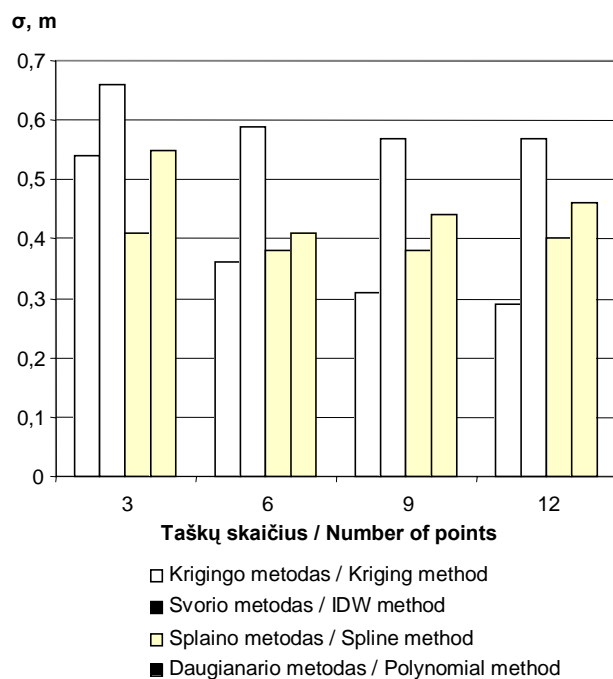
Table 2. Accuracy comparison of DTM derived by different methods

Taškų skaičius Number of points	Krigingo metodu naudojant apskritiminę variogramą By kriging method using circular semivariogram	Svorio metodu, kai $p = 3$ By IDW method, when $p = 3$	Splaino metodu, kai $\epsilon = 0,1$ By spline method, when $\epsilon = 0,1$	Vietinio daugianario metodu, kai $p = 1$ By local polynomial, when $p = 1$
Standartinio nuokrypio ávertis $\sigma$ (m) Standard deviation, $\sigma$ , m				
3	0,54	0,66	0,41	0,55
6	0,36	0,59	0,38	0,41
9	0,31	0,57	0,38	0,44
12	0,29	0,57	0,40	0,46

susiduriama su staigiais nedidelių teritorijų reljefo pokyčiais (Evans, 1990), todėl paviršius modeliuotas vietinio daugianario metodu.

Siekiant nustatyti tiksliausią SRM, skirtingais modeliavimo metodais gauti rezultatai palyginti tarpusavyje (2 lentelė).

Iš gautų rezultatų matyti, kad tiksliausias skaitmeninis reljefo modelis gautas paprastojo krigingo metodu, kai naudojama apskritiminė variograma ir interpoliavimui imama 12 gretimų taškų. Tačiau krigingo metodu modeliuojant didesnę teritoriją, patartina interpoliavimui naudoti 9 gretimus taškus, kadangi tikslumas praktiškai nenukenčia, o matavimų trukmė gerokai pailgėja. Prasčiausi SRM rezultatai gauti svorio metodu (2 pav.).



2 pav. SRM tikslumo palyginimas  
Fig.2. DTM accuracy comparison

## IŠVADOS

1. Sudarant skaitmeninius reljefo modelius svarbu interpoliavimui parinkti tinkamiausius kiekvienam metodui parametrus (gretimų taškų skaičių (3, 6, 9 ar 12), svorį ( $\lambda = 0,1$ ), laipsninę funkciją ( $p = 1+3$ ) ir panašiai).

2. Geriausi SRM rezultatai pasiekti paprastojo krigingo metodu, kai naudojama apskritiminė variograma ir interpoliavimui imama 12 gretimų interpoliavimo taškų ( $\sigma = 0,29$  m). Labai nedaug skiriasi rezultatai naudojant 9 gretimus taškus ( $\sigma = 0,31$  m).

3. Straipsnyje pateikti uždaviniai, duodantys bendrą supratimą apie skaitmeninius modeliavimo metodus. Tokius metodus galima taikyti sprendžiant ir kitus erdvinius geografijos uždavinius: braizant topografinių žemėlapių horizontales, hidrografijos modeliavimui ir pan.

Gauta 2006 02 15  
Parengta 2006 04 16

## Literatūra

- Burrough P. A. and McDonnell R. A. (1998). *Principles of Geographical Information Systems*. Oxford University Press, New York. 333 p.
- Chao-yi, Lang. (1995). Kriging interpolation. *Dept. of Computer Science, Cornell University*. URL: [www.nbb.cornell.edu/neurobio/land/OldStudentProjects/cs490-94to95/clang/kriging.html](http://www.nbb.cornell.edu/neurobio/land/OldStudentProjects/cs490-94to95/clang/kriging.html).
- Oliver M. A., Webster R. (1990). Kriging: a method of interpolation for geographical information system. *Geographical Information Systems*. 4(3). 313–332.
- Evans I. (1990). Cartographic techniques in geomorphology. A. Goudie (Ed.). *Geomorphological Techniques*. 2(9). 97–108.
- Franke R. (1982). Smooth Interpolation of Scattered Data by Local Thin Plate Splines. *Comp. & Maths. with Apls*. 8(4). 237–281.
- Heinrich U. (1994). Flächenschätzungen mit geostatistischen Verfahren – Variogrammanalyse und Kriging. W. Schröder,

- L. Vetter & O. Fränze (Hrsg.). *Neuere statistische Verfahren und Modellbildung in der Geoökologie*. Vieweg Verlag, Braunschweig, Wiesbaden. 145–164.
- Johnston K., Ver Hoef J. M., Krivoruchko K., Lucas N. (2001). *Using ArcGIS Geostatistical Analyst*. Redlands CA, ESRI Press. 300 p.
- Jones C. B. (1997). Surface modeling, spatial interpolation, Chapter 12. *Geographical Information Systems, Computer Cartography*. Harlow, UK, Addison Wesley Longman. 197–213.
- Mitas L., Mitasova H. (1988). General Variational Approach to the Interpolation Problem. *Comput. Math. Applic.* 16(12). 983–992.
- Žalnierukas A., Kumetaitienė A., Stankevičius Ž. (1999). Skaitmeninio žemėlapiu, sudaryto stereofotogrametrijos metodu, tikslumas. *Geodezija ir kartografija*. XXV(2). 60–68.

### Aušra Kumetaitienė

#### DIGITAL TERRAIN MODELING BY DIFFERENT GEOSTATISTICAL RELIEF MODELING METHODS

##### Summary

The accuracy of the digital terrain model (DTM) is analyzed. In compiling DTM as well as in evaluating them, mathematical statistical measuring data processing and analysis methods are widely applied. However, there are certain peculiarities in mathematical statistical data application. These peculiarities are caused by the fact that relief modeling and analysis are considered to belong to the group of geostatic problems. Modeling the relief surface by kriging, spline, inverse distance weight (IDW) and polynomial methods is based on the statistical analysis of the random values. Relief modeling methods applying parametric functions are divided into two groups: methods using variograms for calculations, and weight methods. When carrying out the research, for compiling DTM the ArcGIS package of programs with the 3D Analyst, Spatial Analyst and Geostatistical Analyst supplements were used.

Kriging is a method of interpolation, which predicts unknown values from data observed at known locations. This method uses a variogram to express spatial variation, and it minimizes the error of predicted values which are estimated by spatial distribution.

Inverse Distance Weighting (IDW) is a surface modeling method when the influence of a known data point is inversely related to the distance from the unknown location under estimation. The advantage of IDW is that it is intuitive and efficient. This interpolation works best with evenly distributed points.

The spline method is a deterministic interpolation method when the interpolated surface is approximated to high points of the initial data. Splines are polynomials of specified degree which are fitted to each of the intervals in the data, and forced to be smooth and continuous at the joining points. The advantages of splining functions are that they can generate sufficiently accurate surfaces from only a few sampled points, and they retain small features.

The polynomial method usually employs the regression model created by all data. A response surface is fitted to the x and y coordinates which are the covariates. Polynomial interpolation uses data within a localized territory rather than all of the data, so it fits local trends and uses weights.

To carry out the experiment, the Vilnius city territory in Šeškinės Ozas was chosen. The territory served for obtaining detailed and high accuracy initial data by the stereophotogrammetric method (the standard deviation of altitude points is 0, 14 m, the average distance between the points being about 6 m). High points should be sufficient dense, and they were enough not only for the terrain model, but also for the monitoring accuracy. The objective of the current work was to investigate the accuracy dependence of digital terrain models on the methods of initial data preparation and modeling. With a view to create a powerful model, was explored the influence of the accuracy of the modeling methods. The best results were secured when DTM was created by the kriging method using a circular semivariogram and by interpolation taking 12 neighbouring high points.